

1 FONDAMENTI FISICI E FENOMENOLOGICI

L'*atmosfera* è quell'involucro gassoso che circonda l'intero globo terrestre. E' un ambiente complesso e vario, in perenne movimento e trasformazione, che difende e separa il nostro pianeta dallo spazio, favorendo lo sviluppo delle varie forme di vita presenti sulla superficie terrestre. Lo studio delle proprietà e dello stato dell'atmosfera è il compito primario della *Meteorologia*, disciplina che studia le caratteristiche dell'atmosfera in movimento e che, di fatto, altro non è che una derivazione naturale della *Fluidodinamica*. Un'esposizione estremamente semplice dei concetti base di *Meteorologia* è presentata in Stull (2000), mentre in Matveev (1965), Brown (1991), Dutton (1995), Houghton (2002) e Holton (2004) la materia viene trattata con notevole rigore formale. Lasciando ai testi citati il compito di affrontare lo studio dell'intera atmosfera, qui ci si focalizzerà quasi esclusivamente sullo studio dettagliato di quella porzione di atmosfera a diretto contatto col suolo, di spessore limitato e variabile nel tempo, in cui hanno luogo le attività umane di maggior rilievo. Detto così, tutto risulta estremamente vago e, proprio per questo, è necessario premettere all'esposizione che seguirà nei prossimi Capitoli una serie di concetti di base necessari all'individuazione di questa porzione di atmosfera ed alla comprensione dei meccanismi fisici che la governano.

Per prima cosa è conveniente analizzare una delle principali caratteristiche dell'atmosfera: la sua temperatura. Se, in una data posizione geografica, si misura la temperatura dell'aria a quote crescenti (per esempio, dal suolo fino ad oltre 100 km), ciò che si realizza è un *termosondaggio* che presenta il tipico profilo riportato in *Fig.1.1*. Da esso si nota immediatamente come il profilo termico verticale dell'aria consenta di individuare alcuni *strati* tipici entro cui il gradiente di temperatura presenta caratteri distintivi ben precisi.

Lo strato più elevato, la *Termosfera*, presenta una temperatura decisamente crescente con la quota. Lo strato immediatamente sottostante, invece, prende il nome di *Mesosfera* e, a differenza della Termosfera, presenta un gradiente termico negativo quasi costante. Il confine tra i due strati, localizzabile alla quota di circa 85, è detto *Mesopausa*. Sotto la Mesosfera si colloca una nuova regione d'atmosfera, la *Stratosfera*, che inizia ad una quota di circa 47 km (*Stratopausa*) e che termina a circa 11 km di altezza (*Tropopausa*) in cui il gradiente di temperatura è sostanzialmente positivo. E' proprio in questa regione, ricca di molecole di ozono, che ha luogo l'assorbimento di una notevole quantità di radiazione solare ultravioletta (UV), causa primaria del gradiente termico positivo rilevato. Va ricordato che la Stratosfera, assorbendo la maggior parte di radiazione UV di origine solare, costituisce un valido scudo protettivo per la vita animale e vegetale che si svolge sulla superficie terrestre. Al di sotto della Tropopausa si estende fino al suolo l'ultimo strato di atmosfera chiamato *Troposfera* che, a grosse linee, è caratterizzato da un gradiente termico negativo quasi costante e pari a circa $-6.5 \text{ K}\cdot\text{km}^{-1}$.

Di tutti questi strati atmosferici, l'unico su cui si concentrerà l'attenzione è proprio la Troposfera e, per questo, è conveniente verificare se essa presenti una struttura unitaria o se, viceversa, in essa sia individuabile una qualche forma di complessità. A tal fine è utile analizzare i profili verticali di temperatura realizzati a varie ore del giorno nella medesima località, come fatto in *Fig.1.2* dove sono stati graficati i profili termici rilevati durante i tipici sondaggi standard effettuati all'aeroporto di Milano-Linate nelle ore sinottiche 00, 06, 12 e 18 UTC. Da essi risulta subito evidente come la parte superiore dei profili (da circa 2 km in su) presenti gradienti termici sostanzialmente costanti nel tempo (a parte alcune oscillazioni dovute, in parte, al metodo di misura), mentre la porzione di Troposfera che va dal suolo a circa 2 km mostra gradienti termici che variano durante la giornata (ed anche da giornata a giornata). Come sarà più chiaro nel seguito, questa variazione è il risultato diretto dell'interazione tra la superficie terrestre e la radiazione solare incidente che, in un dato punto, presenta un caratteristico ciclo giornaliero.

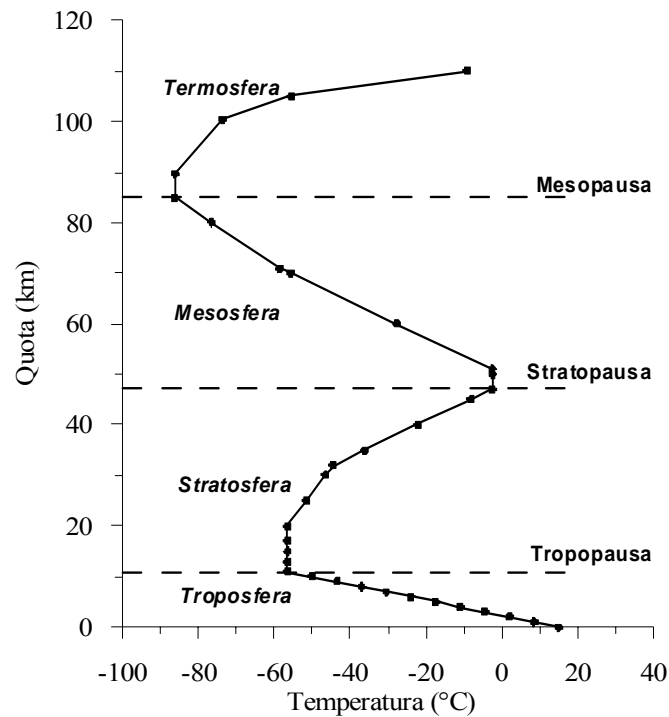


Fig.1.1: tipico profilo verticale della temperatura dell'aria.

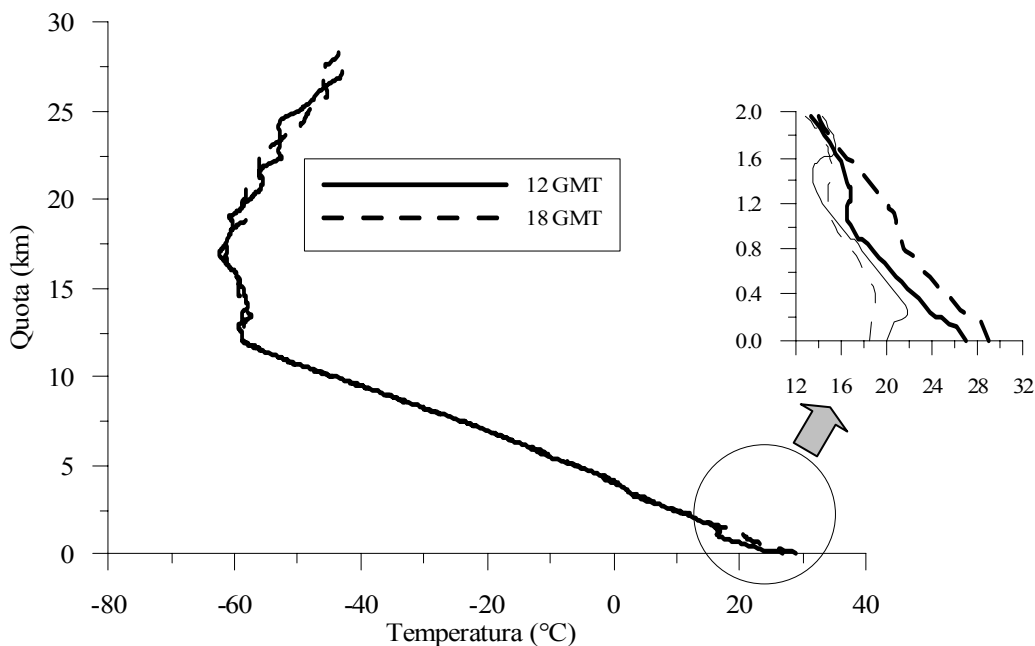


Fig.1.2: profilo termico nelle ore sinottiche (Milano-Linate, 19/6/2000)

Lasciando ancora alla Meteorologia Generale lo studio dell'intera Troposfera, qui si concentrerà l'attenzione prevalentemente sullo studio di questo *piccolo strato* d'aria, fin qui ancora ben poco definito, cui viene attribuito il nome di **Strato Limite Planetario** o **Planetary Boundary Layer (PBL)** o **Atmospheric Boundary Layer (ABL)**. La disciplina che ne studia le caratteristiche e l'evoluzione prende il nome di **Micrometeorologia** ed alcuni riferimenti bibliografici cui fare riferimento sono i libri di Panofsky e Dutton (1983), Stull (1988), Sorbjan (1989), Garratt

(1992), Sozzi, Georgiadis e Valentini (2002) e Wyngaard (2010).

Fin da subito è opportuno premettere alcune affermazioni che potranno costituire delle linee guida cui far riferimento nel seguito.

Innanzitutto, il *PBL* è quella *parte di Troposfera, direttamente influenzata dalla superficie terrestre e che risponde all'immissione di energia da essa proveniente con scale temporali dell'ordine dell'ora* (Stull, 1988). Tale influenza deriva dall'attrito incontrato dalle masse d'aria che si muovono sopra la superficie terrestre, dalla distorsione delle linee di flusso dell'aria indotta dalla presenza dell'orografia, dall'evapotraspirazione, dal trasferimento di calore dal suolo all'aria e dall'immissione, in prossimità del suolo, degli inquinanti prodotti dalle attività umane o dai fenomeni naturali (es. dalle eruzioni vulcaniche, ecc.). Il suo spessore varia nel tempo e nello spazio da alcune centinaia di metri, nelle ore notturne, fino a uno o due chilometri nelle ore diurne di massimo soleggiamento. Se, per esempio, si considera il profilo verticale della temperatura dell'aria ottenuto durante un radiosondaggio in un'ora centrale della giornata, il limite superiore del *PBL* può essere collocato alla base dell'inversione termica in quota (cioè nel punto del profilo di temperatura a gradiente fortemente positivo), come si può vedere nella Fig.1.3 dove l'inversione è indicata da una freccia. Il fatto che l'estensione verticale del *PBL* presenti normalmente una forte variabilità temporale ed un pronunciato ciclo diurno fa pensare al *PBL* come ad un'enorme macchina termica che trasforma in movimento delle masse d'aria l'energia solare disponibile, catturata dalla superficie terrestre e che funge da *combustibile*, in analogia con i processi termici (Sorbján, 1989).

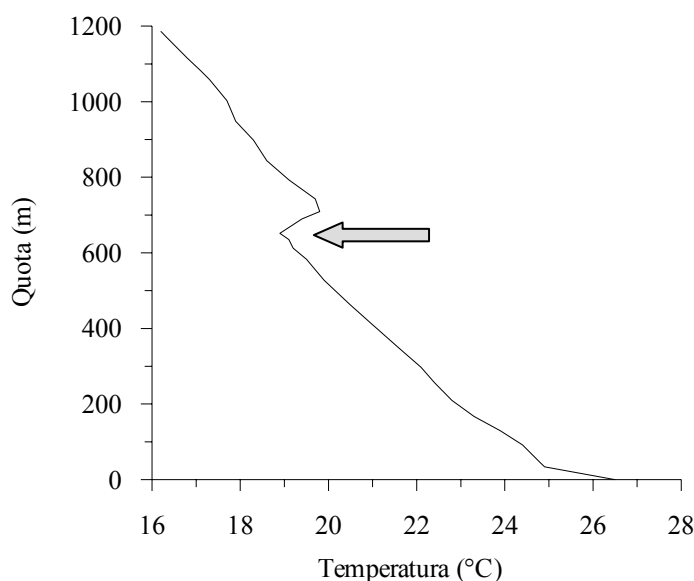


Fig. 1.3: *profilo verticale di temperatura (28/7/2000, 12GMT, Milano Linate-Italia)*

Un'altra caratteristica facilmente individuabile in atmosfera è il movimento delle masse d'aria che la compongono in cui sono individuabili numerosi moti con caratteristiche differenti che spesso si sovrappongono gli uni agli altri. Ognuna di queste manifestazioni ha una propria *scala spaziale caratteristica*, cioè una dimensione orizzontale tipica. Se pensiamo ad un uragano o ai fronti, tale scala è dell'ordine delle centinaia di chilometri; se pensiamo alle correnti a getto, essa è dell'ordine delle decine di chilometri; se invece, siamo interessati ai moti del *PBL*, la scala spaziale caratteristica risulta essere dell'ordine del chilometro. Ovviamente, accanto ad una scala spaziale caratteristica (che rappresenta, alla fine, la dimensione orizzontale tipica della porzione di atmosfera interessata dal fenomeno) è inevitabile individuare la corrispondente *scala temporale caratteristica*, cioè l'ordine di grandezza della durata del fenomeno. Tra la scala spaziale λ e la scala temporale τ si può stabilire una relazione di proporzionalità che può essere e-

spessa approssimativamente come (Stull, 2000):

$$\tau = a \cdot \lambda \quad [1.1]$$

dove il coefficiente di proporzionalità a è dell'ordine di $1 \text{ m}^{-1} \cdot \text{s}$. E' immediato verificare come un uragano con λ di circa 300 km presenti una durata caratteristica dell'ordine della propria scala temporale τ pari a circa 3.5 giorni, mentre i tipici moti avvettivi verticali di origine termica che, come si vedrà, sono presenti nel *PBL* durante le ore diurne e soleggiate, hanno $\lambda \approx 1000 \text{ m}$ e quindi una scala temporale caratteristica $\tau \approx 15$ minuti.

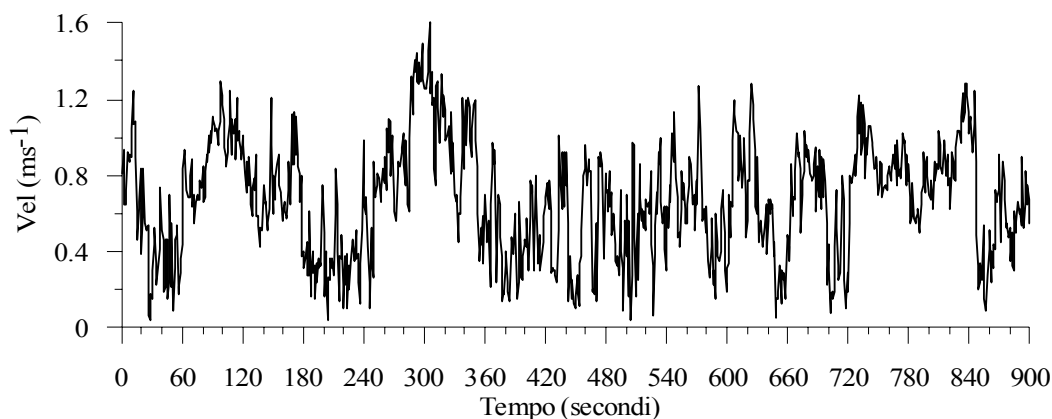


Fig. 1.4: andamento della velocità del vento nei pressi del suolo

Ma sicuramente la caratteristica più evidente e più importante che si nota nel *PBL* è il fatto che il moto dell'aria che lo compone è molto irregolare sia nello spazio che nel tempo, come mostrato nella Fig.1.4 in cui viene presentato l'andamento nel tempo della velocità del vento rilevata a pochi metri dal suolo. Questo comportamento irregolare, mostrato dalla velocità del vento, è comune anche a tutte le altre grandezze che definiscono lo stato fisico (ed anche chimico) del *PBL* e ciò, dal punto di vista fluidodinamico, indica che una delle sue caratteristiche peculiari è la *turbolenza* intrinseca. Come si vedrà in seguito, è proprio la turbolenza l'elemento che caratterizza la capacità disperdente del *PBL* e spiega i meccanismi della dispersione degli inquinanti in aria. L'importanza della turbolenza non si limita a spiegare come e perché gli inquinanti si disperdano; è proprio la turbolenza che consente la vita sulla superficie terrestre e che ne regola l'evoluzione. Inoltre, il complesso ciclo delle acque vede proprio nella turbolenza del *PBL* un sapiente meccanismo che regola la vita della vegetazione presente sulla superficie terrestre.

Da ultimo, il *PBL* ha limitati scambi di massa con la parte sovrastante della Troposfera. In pratica, esiste una netta separazione tra il *PBL* e l'aria ad esso sovrastante, specie nelle ore diurne, e ciò fa sì che tutto ciò che viene immesso nel *PBL* abbia grosse difficoltà a raggiungere la parte superiore della Troposfera. Pertanto non è azzardato definire il *PBL* come una *trappola* per gli inquinanti che li vengono emessi.

In questo Capitolo vengono presentati i fondamenti fisici e fenomenologici necessari allo studio dello stato e dell'evoluzione del *PBL*, indispensabili per la comprensione di quanto verrà presentato nei Capitoli successivi.

1.1 LE VARIABILI ED ALCUNI CONCETTI DI BASE

La descrizione quantitativa dell'evoluzione nello spazio e nel tempo del *PBL* richiede di specificare il *sistema fisico* che lo rappresenta e le *variabili* che ne definiscono lo *stato*. E' quindi indispensabile introdurre alcune definizioni di base e richiamare quelle leggi fisiche necessarie per

la comprensione del suo comportamento.

1.1.1 LE VARIABILI CINEMATICHE

Dal punto di vista fluidodinamico, l'aria del *PBL* può essere considerata un *fluido continuo*. Il considerarla come un mezzo continuo è del tutto naturale anche se il fatto che, in realtà, essa sia costituita da molecole è ben noto. Il problema di base che va chiarito subito è, a questo punto, che cosa si intende per *infinitesimo* o *particella di fluido*, concetti cui si farà ampio riferimento nel seguito.

La lunghezza ed i tempi di scala del moto molecolare sono estremamente piccoli se paragonati con le scale macroscopiche. Nel caso dell'aria, per esempio, il libero cammino medio λ è pari a circa $6 \cdot 10^{-8}$ m mentre la più piccola lunghezza di scala l del moto di un fluido è dell'ordine di 10^{-4} m. Quindi la scala spaziale tipica di un fluido eccede di molti ordini di grandezza quella molecolare, affermazione che è quantificata dal *numero di Knudsen*

$$Kn \equiv \lambda/l$$

che nell'esempio dell'aria è inferiore a 10^{-3} . Quando i fenomeni che si considerano sono tali per cui $Kn \ll 1$, l'approccio continuo risulta una metodologia appropriata. Pertanto l'aria in atmosfera (e quindi quella del *PBL*) verrà trattata come un mezzo continuo caratterizzato in ogni punto da ben precise proprietà in cui il termine infinitesimo mantiene il consueto significato.

L'aria è quindi un fluido continuo il cui *stato* è completamente definito da un *insieme di variabili fisiche di tipo macroscopico*. Prima di introdurle, è necessario presentare tre concetti fondamentali: il *dominio di indagine*, il *volume di controllo* ed il *sistema di riferimento*.

Quando si decide di studiare le caratteristiche del *PBL*, è inevitabile restringere l'attenzione ad una sua porzione ben definita, la cui individuazione può dipendere dal problema che si sta considerando. Se, per esempio, si è interessati allo studio dello stato della qualità dell'aria di una certa zona (es. il territorio occupato dalla città di Roma), è inevitabile prendere in considerazione una porzione di spazio che includa la zona di interesse e che sia di forma geometrica semplice (per esempio un parallelepipedo con base al suolo ed un'estensione verticale tale da includere l'intero *PBL* ed, eventualmente, una porzione limitata della Troposfera sovrastante). Questo è il *dominio di indagine*. A differenza della *Meteorologia* che studia domini di notevole estensione (spesso l'intero globo terrestre), il tipico dominio d'interesse della *Micrometeorologia* è a *scala limitata* e presenta un'estensione orizzontale tipica dell'ordine delle centinaia di chilometri e a questa scala la curvatura terrestre può essere del tutto trascurata.

Ad ogni posizione nel *PBL* (o meglio, nel dominio di indagine) è possibile associare un *volume di controllo* (Fig.1.5), cioè una piccola porzione d'aria (immaginata a forma di parallelepipedo) di dimensioni finite, ma tanto piccole da essere trascurabili rispetto alle dimensioni caratteristiche del dominio di indagine, ma comunque sufficientemente grande da contenere aria con caratteristiche chimico-fisiche omogenee. Utilizzando il concetto di volume di controllo, è possibile immaginare l'intero dominio composto da un numero elevatissimo di tali *mattoni elementari*.

La *Descrizione Euleriana* del *PBL* si realizza ipotizzando, in primo luogo, di suddividere l'intero dominio di indagine in un'infinità di volumi di controllo (di dimensioni infinitesime) che manterranno nel tempo la propria localizzazione spaziale, ma che vedranno variare nel tempo le proprie caratteristiche fisiche. Quindi, ad ogni generico punto $P(x,y,z)$ del dominio è associato un ben preciso volume di controllo e ad ogni istante t è quindi possibile considerare ogni punto del dominio di calcolo ed analizzare le proprietà possedute dall'aria che a quell'istante occupa il volume di controllo centrato in quel punto, effettuando i vari bilanci (di massa, di quantità di moto, di energia, ecc.) che ivi hanno luogo. Per esempio, se il generico volume di controllo è centrato al tempo t nella posizione $P(x,y,z)$, è possibile definire la velocità dell'aria

in tale punto, la sua temperatura, la sua pressione e le altre proprietà rilevanti. Se in quel punto viene posizionato un insieme di sensori (es. un anemometro, un termometro e un barometro) è semplice misurare al tempo t la velocità dell'aria, la sua temperatura e la pressione relativa. Di fatto, la maggior parte delle misure che vengono realizzate nella pratica sono *misure di tipo Euleriano*. Il risultato atteso da una descrizione Euleriana del *PBL* è l'individuazione di campi tridimensionali che associano ad ogni punto del dominio di indagine un insieme di funzioni continue, ciascuna dedicata alla descrizione dell'andamento nel tempo di una ben specifica variabile fisica (velocità, temperatura, pressione, ecc.)

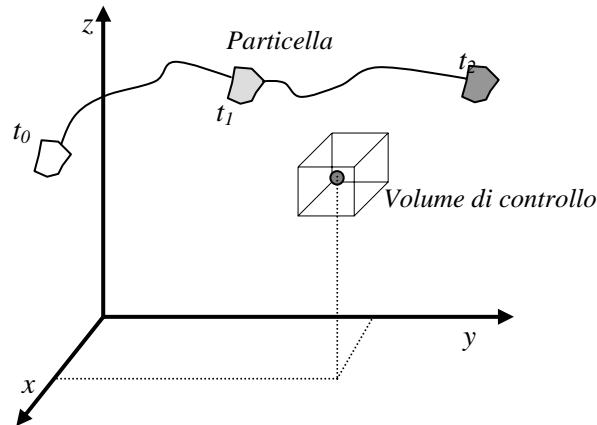


Fig.1.5: concetto euleriano di volume di controllo e concetto lagrangiano di particella.

C'è un secondo metodo di indagine, potente ed estremamente naturale, che gli si contrappone, la *Descrizione Lagrangiana*, che parte da presupposti totalmente differenti. Si consideri ad un istante iniziale t_0 una porzione d'aria molto piccola, avente le stesse caratteristiche del volume di controllo euleriano, posta nella posizione $P_0(x_0, y_0, z_0)$, cui diamo il nome di *particella* (Fig.1.5). Negli istanti successivi $t > t_0$ la particella si muoverà nello spazio (di fatto la particella si comporta cinematicamente come un punto materiale) descrivendo una *traiettoria*. La Descrizione Lagrangiana si basa sullo studio dei vari bilanci (massa, quantità di moto, energia, ecc.) *visti dal punto di vista della particella*, considerata come un'entità autonoma che può essere perturbata dall'ambiente esterno. Una delle caratteristiche di base che contraddistingue una generica particella è la sua posizione X , cioè la sua traiettoria nello spazio che dipende dalla posizione iniziale P_0 assunta a t_0 e dal tempo t . Se si studiassero, da un certo istante iniziale in poi, tutte le possibili particelle presenti nel dominio di indagine, si studierebbe lo stato dell'intero dominio. La fluidodinamica ha mostrato che i due tipi di descrizione (quella Euleriana e quella Lagrangiana) sono del tutto equivalenti e si adotta di volta in volta una o l'altra a seconda della comodità operativa.

Per una descrizione quantitativa del movimento spazio-temporale di una particella o di un volume di controllo è necessario adottare un adeguato *sistema di coordinate di riferimento*. Dato che, come detto, nella maggior parte degli studi del *PBL* il *dominio di indagine* presenta un'estensione verticale ridotta (tipicamente, di $1 \div 2$ km) ed una estensione orizzontale dell'ordine delle decine o, al massimo, delle centinaia di chilometri, di norma non è necessario considerare esplicitamente la curvatura terrestre e quindi è sufficiente un *normale sistema di riferimento cartesiano ortogonale*. A priori, tale sistema potrebbe essere qualsiasi, tuttavia è comodo adottarne uno (*sistema di riferimento meteorologico*) tale che:

- l'asse x sia orientato nella direzione *Est - Ovest* (positivo verso Est)
- l'asse y sia orientato nella direzione *Nord - Sud* (positivo verso Nord)
- l'asse z sia orientato nella direzione *Alto - Basso* (positivo verso l'alto).

Ovviamente questa scelta non è l'unica possibile ed in certe situazioni risulteranno più comode scelte differenti, per esempio un sistema cartesiano con l'asse x orientato secondo le linee di

flusso del fluido. Va subito notato che il sistema di riferimento, comunque lo si definisca, è *fisso rispetto alla superficie terrestre* che a sua volta ruota nello spazio. Pertanto esso sarà inevitabilmente *non inerziale*, cosa che introdurrà alcune complicazioni nello studio della dinamica delle masse d'aria.

Normalmente un fluido viene studiato da un punto di vista *Euleriano* e, secondo tale punto di vista, risulta essere un'entità continua (un gas) per la quale, in ogni punto $\mathbf{X}(x,y,z)$ dello spazio (si noti che con il carattere *grassetto* si è indicata un'entità vettoriale, che in questo caso è il *vettore posizione*), è definibile un *vettore* $\mathbf{U}(x,y,z;t)$, cioè un *campo di velocità* variabile col tempo, formalmente ottenuto dalla derivata temporale del vettore posizione della particella posta al tempo t nel punto $P(x,y,z)$. Nel caso del *PBL* (ed anche dell'atmosfera in generale), la velocità del fluido prende il nome di *vettore vento*, che quindi è una *variabile vettoriale* definita in modo univoco dalle sue componenti cartesiane rispetto agli assi coordinati (indicate come v_x, v_y, v_z oppure, più comunemente, u, v, w). In moltissime situazioni, però, il vento viene anche descritto attraverso:

- il modulo U del vettore \mathbf{U} (o più spesso della sua proiezione orizzontale), che prende il nome di *velocità del vento*. In pratica tra la velocità del vento e le componenti cartesiane del vettore del moto si stabilisce la relazione:

$$U = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} \cong \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \quad [1.2a]$$

Trascurare la componente verticale è pratica molto diffusa, dato che spesso, ma non sempre, tale componente è di molto inferiore alle componenti orizzontali, specialmente quando si considerano valori medi su tempi sufficientemente lunghi. Dal punto di vista delle unità di misura, si adotta sia per le singole componenti del vettore vento che per la sua velocità l'unità ($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$). Altre unità di misura molto usate sono il *nodo* ($0.514 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$) e il $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$ ($0.2778 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$).

- secondo le *convenzioni aeronautiche* si definisce *direzione del vento* D la *direzione da cui spira il vento*. Tale convenzione è quindi *opposta* a quella dell'analisi vettoriale. Si ha una direzione di 0° quando il vento spira da Nord e questo angolo cresce fino a 360° ; in particolare è 90° quando il vento proviene da Est, 180° quando proviene da Sud e 270° quando proviene da Ovest. Una relazione per il calcolo della direzione del vento secondo questa convenzione a partire dalle componenti cartesiane di \mathbf{U} è la seguente:

$$D = 90^\circ - \frac{360^\circ}{2\pi} \tan^{-1} [v_y/v_x] + \alpha_0 \quad [1.2b]$$

con:

$$\alpha_0 = \begin{cases} 0^\circ & \text{se } v_x < 0 \\ 180^\circ & \text{altrimenti} \end{cases} \quad [1.2c]$$

- una volta nota la velocità e la direzione di provenienza del vento, le componenti cartesiane orizzontali del vento si ottengono dalle relazioni seguenti:

$$\begin{aligned} v_x &= u = -U \cdot \sin(D) \\ v_y &= v = -U \cdot \cos(D) \end{aligned} \quad [1.2d]$$

Concettualmente, la descrizione del *PBL* richiederebbe la conoscenza del vettore velocità *in tutti i punti* del dominio di indagine e ciò sarebbe formalmente possibile solo se il modello fluidodinamico del *PBL* consentisse di ottenere *analiticamente* il campo di velocità desiderato. Dato che, come vedremo, ciò è possibile solo numericamente, nel dominio di indagine verrà individuato, con opportuni criteri, un insieme a cardinalità finita di punti in corrispondenza dei quali si otterrà il valore cercato per il vettore vento. Se si volesse conoscere *sperimentalmente* il campo di velocità, è facile convincersi che, allo stato attuale della tecnologia, anche in questo caso

la conoscenza del campo di velocità non potrà che avvenire in un numero finito di punti. Quanto detto vale non solo per la velocità dell'aria, ma anche per tutte le variabili che descrivono il *PBL*.

1.1.2 LA TEMPERATURA

Un generico volume di controllo, centrato nel punto $P(x,y,z)$, contiene, per definizione, un numero elevatissimo di molecole in continua agitazione termica. La teoria cinetica dei gas dimostra come esista una ben precisa proporzionalità tra l'agitazione termica delle molecole ivi presenti e la variabile termodinamica *temperatura assoluta*. In particolare, più è disordinato il moto di agitazione termica delle molecole, maggiore è la temperatura assoluta del volumetto d'aria considerato. Ciò vale chiaramente anche nel caso di una particella Lagrangiana. Quindi, per ogni particella d'aria (o volume di controllo) individuata in un punto $P(x,y,z)$ ad ogni istante t è definibile una *temperatura assoluta dell'aria* T , cioè una funzione scalare $T(x,y,z;t)$, normalmente misurata in gradi Kelvin (K). Va però ricordato che:

- tra la temperatura espressa in gradi centigradi $t_{\circ C}$ e la stessa in gradi Kelvin T sussiste la relazione seguente:

$$T = 273.15 + t_{\circ C} \quad [1.3a]$$

- tra una temperatura in gradi centigradi $t_{\circ C}$ ed una in gradi Fahrenheit $t_{\circ F}$ (unità purtroppo ancora in uso nei paesi anglosassoni) valgono le relazioni di conversione seguenti:

$$\begin{aligned} t_{\circ F} &= (9/5) \cdot t_{\circ C} + 32 \\ t_{\circ C} &= (5/9) \cdot [t_{\circ F} - 32] \end{aligned} \quad [1.3b]$$

Va, infine, sottolineato il fatto che nella descrizione del *PBL* vengono spesso impiegate anche altre definizioni non convenzionali di temperatura, come si vedrà nel seguito.

1.1.3 LA PRESSIONE

Per un volume di controllo la *pressione* p è quella forza per unità di superficie che agisce perpendicolarmente alla superficie esterna del volume stesso e che è il risultato dell'azione che le molecole dell'aria esterna alla particella, in continua agitazione termica, esercitano sulla sua superficie esterna.

L'unità di misura più usata in Fisica è il *Pascal* ($1Pa = 1 \text{ N} \cdot \text{m}^{-2}$), anche se in Micrometeorologia si usa più frequentemente il *chiloPascal* (kPa) e l'*ectoPascal* (hPa, numericamente equivalente ai mb, unità che per comodità verrà impiegata nel seguito). In condizioni standard e al livello del mare, la pressione atmosferica è pari a 1013.25 hPa. Per comodità, in *Tab.1.1* sono stati raccolti i valori che la pressione standard assume al livello del mare nelle principali unità di misura utilizzate.

Valore	Unità di misura
101.325	<i>chiloPascal</i> (kPa)
1013.25	<i>ectoPascal</i> (hPa)
14.6959	<i>Libbra_forza</i> · <i>pollice</i> ² (psi)
1.03323	<i>Atmosfera</i> = kg forza · <i>cm</i> ² (atm)
760	<i>Tor</i> = millimetri di mercurio
10.3323	<i>Metri di colonna d'acqua</i>

Tab.1.1: pressione standard al livello del mare in diverse unità di misura

In atmosfera la *pressione* è *isotropica*, cioè in un punto essa è uguale in ogni direzione. Dato

che la pressione atmosferica, misurata ad una certa quota, è la conseguenza del peso dell'aria sovrastante, più ci si innalza, meno numerose sono le molecole presenti nella colonna d'aria che sovrasta il punto di osservazione, cosa che determina una *diminuzione progressiva della pressione con la quota* pressoché esponenziale e dipendente dalla temperatura. Una relazione approssimata che esprime tale variazione è la seguente:

$$p = p_0 \cdot \exp[-(0.0342/T) \cdot z] \quad [1.4]$$

dove p_0 (mb) è la pressione al livello del mare, T è la temperatura (K) e z è la quota (m). Approssimativamente, nel *PBL* si ha una riduzione di pressione con la quota pari a circa 10 mb per ogni innalzamento di 100 metri.

1.1.4 L'EQUAZIONE DI STATO DEI GAS PERFETTI

Come è noto, un *gas* si dice *perfetto* quando il prodotto della propria pressione per il volume occupato è proporzionale alla propria temperatura assoluta. Per un tale gas valgono:

- la legge di Boyle (1627-1691) secondo cui, a temperatura costante, la pressione del gas è inversamente proporzionale al volume occupato dallo stesso;
- la legge di Charles (1746-1823) secondo cui, a pressione costante, il volume occupato dal gas è direttamente proporzionale alla temperatura;
- la legge di Avogadro (1776-1856) secondo cui volumi uguali di gas differenti alla medesime condizioni di temperatura e pressione contengono lo stesso numero di molecole. In sostanza, il volume di un gas è direttamente proporzionale al numero di molecole presenti e indipendente dal tipo di gas. Se PM è il peso molecolare di un gas (in grammi), si definisce *mole* la massa di gas (in grammi) numericamente pari PM . Il numero di molecole presenti in una mole è pari al *numero di Avogadro* cioè $A_V = 6.02253 \cdot 10^{23}$.

Combinando tra loro le tre leggi precedenti, detta p (mb) la pressione del gas, V (m^3) il volume occupato, n il numero di moli di gas presenti e T (K) la temperatura, si ottiene l'*equazione di stato dei gas perfetti*:

$$pV = nR^* T \quad [1.5a]$$

dove R^* è la *costante universale dei gas*, pari a 0.083145 ($m^3 \cdot mb \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}$). L'importanza di questa legge, semplice, universale ed algebrica, sta nel legame che essa stabilisce tra la pressione assunta da n moli di un *qualsiasi* gas perfetto, presente *da solo* in un volume definito di spazio, e la sua temperatura assoluta.

L'utilizzo più immediato dell'equazione di stato dei gas è volto a definire il volume occupato da una singola mole di un generico gas. Dalla (1.5a), posto n pari a 1, si ha che il volume occupato da una mole di gas perfetto è direttamente proporzionale alla temperatura ed inversamente proporzionale alla pressione. In condizioni standard ($p=1013.25$ mb e $T=273.15$ K), si ha che una mole di gas perfetto occupa $22.4141 \cdot 10^{-3} m^3$, cioè 22.41 litri.

La seconda considerazione si ottiene se, invece di considerare le moli, si considera il numero di molecole di gas presenti nell'unità di volume N ($molecole \cdot m^{-3}$), pari a $N = n \cdot A_V / V$. In questo caso dalla (1.5a) ha che:

$$p = \frac{nR^* T}{V} = \frac{nA_V}{V} \cdot \left(\frac{R^*}{A_V} \right) \cdot T = N \cdot k_B \cdot T \quad [1.5b]$$

dove $k_B = R^* / A_V$ è la costante di Boltzmann pari a $1.3807 \cdot 10^{-25}$ ($m^3 \cdot mb \cdot K^{-1}$). Questa relazione può essere impiegata anche per il calcolo del numero N di molecole presenti in $1 m^3$ di aria, una vol-

ta nota la temperatura e la pressione. Se, per esempio, si considera una pressione di 1013 mb ed una temperatura di 288 K, N risulta pari a $2.55 \cdot 10^{25}$ molecole·m⁻³. In pratica, in questo modo si è individuata la concentrazione dell'aria in atmosfera ad una data pressione e temperatura.

La legge di stato dei gas è valida per ogni gas perfetto presente *da solo* in un dato volume e, come è stato dimostrato, vale anche per i gas reali con un errore inferiore al 0.2%. Se, invece, si considera una miscela di M gas perfetti, l'equazione di stato non è più applicabile direttamente. In questo caso vale la *legge di Dalton* (1766-1844) secondo cui:

- ogni gas i presente in una miscela gassosa esercita singolarmente una pressione p_i (*pressione parziale del gas i -esimo*) pari alla pressione che eserciterebbe se occupasse da solo l'intero volume occupato dalla miscela. Quindi se il gas i -esimo è presente nella miscela con N_i molecole per unità di volume, dalla (1.5b) si ha che:

$$p_i = N_i \cdot k_B \cdot T \quad [1.5c]$$

- la pressione complessiva p della miscela gassosa di M gas perfetti differenti, ciascuno con una pressione parziale p_i , è la somma delle pressioni parziali, cioè

$$p = \sum_{i=1}^M p_i = k_B T \cdot \sum_{i=1}^M N_i = N_a k_B T \quad [1.5d]$$

dove N_a è il numero totale di molecole per unità di volume presenti nella miscela gassosa.

1.1.5 LE CARATTERISTICHE DELL'ARIA SECCA.

Consideriamo, ora, la composizione tipica dell'aria della troposfera, trascurando per il momento la presenza di acqua, pur essendo quest'ultima uno dei costituenti principali. Consideriamo, quindi, l'*aria secca* che, nonostante appaia un'idealizzazione, in realtà rappresenta abbastanza fedelmente alcune situazioni che si riscontrano in pratica (per es. la situazione nelle regioni polari).

L'aria secca è quindi una miscela di vari costituenti, prevalentemente gassosi, la cui concentrazione è in continuo cambiamento nello spazio e nel tempo. Questa affermazione, vera in generale, ha comunque bisogno di alcune spiegazioni. Nell'aria sono presenti alcuni gas (*gas permanenti*), i principali dei quali sono l'*Azoto* (N₂), che rappresenta in volume il 78% dell'intera aria secca, e l'*Ossigeno* (O₂) che ne rappresenta circa il 21%. In pratica l'aria secca è rappresentata dalla miscela di questi due gas cui si affiancano *tracce* di altri gas quali l'*Idrogeno* (H₂) e i gas nobili *Argon* (Ar), *Neon* (Ne), *Elio* (He) e *Xeno* (Xe). Dato che la quasi totalità dell'aria secca è rappresentata dalla miscela di un numero ristretto di gas permanenti, non ci si aspetta che la sua composizione vari significativamente nello spazio e nel tempo. Tuttavia, se si considera la composizione dell'aria secca con maggior attenzione, si nota come in essa siano presenti numerose altre sostanze chimiche che, sebbene in concentrazioni estremamente ridotte, possono influenzare notevolmente la vita del pianeta. In genere, tali sostanze sono il risultato delle attività umane, soprattutto di quelle industriali, e spesso la loro presenza più o meno marcata nei vari punti del globo viene indicata genericamente col termine di *inquinamento atmosferico*. Un'importante famiglia di tali sostanze è quella dei gas responsabili dell'assorbimento della radiazione ad onda lunga emessa dalla superficie terrestre, noti come *gas serra*, il cui rappresentante principale è il *Biossido di Carbonio* (CO₂), anche se svolgono un'azione rilevante il *Metano* (CH₄), l'*Ossido Nitroso* (N₂O) ed in misura minore l'*Ozono* (O₃). Un'altra importante famiglia è quella dei *Clo-rofluorocarburi* (CFC), che svolgono un ruolo determinante nei processi di distruzione della fascia di ozono stratosferico: tali sostanze, per la loro scarsa reattività, hanno tempi di residenza in atmosfera estremamente lunghi (dell'ordine delle decine o centinaia di anni), cosa che consente loro di raggiungere la stratosfera entrando in complesse reazioni chimiche volte alla distruzione

delle molecole di ozono presenti, con conseguente diminuzione dell'effetto di schermo nei confronti della radiazione ultravioletta. Accanto a queste famiglie di inquinanti, responsabili di fenomeni a scala planetaria e capaci di influire sui processi fisici che regolano i meccanismi di equilibrio atmosferico, vanno ricordati tutti gli inquinanti presenti in quantità rilevante in prossimità del suolo, importanti soprattutto per i loro effetti diretti sulla salute degli organismi viventi, animali e vegetali: *ossidi di azoto, ossidi di zolfo, composti del carbonio* (soprattutto monossido di carbonio, CO, e tutta la classe degli idrocarburi), oltre a sostanze presenti in fase solida o liquida, solitamente indicata col termine di *particolato* o *aerosol*, caratterizzati dalle loro dimensioni fisiche e dalla loro composizione chimica, entrambe estremamente variabili nello spazio e nel tempo. Tutte queste sostanze sono presenti a *concentrazioni assolute* estremamente basse, tali da non essere rilevanti nei processi fisici atmosferici (tranne, in qualche misura, sulla sua trasparenza che va ad alterare i bilanci energetici radiativi), ma importanti per la già ricordata azione dannosa sugli organismi viventi e non. In *Tab.1.2* è presentata una sintesi di quanto detto. Mentre per i gas permanenti le concentrazioni indicate sono sicuramente rappresentative di una generica aria secca, per tutti le altre sostanze i valori di concentrazione riportati devono essere visti come un ordine di grandezza indicativo.

<i>Componente</i>	<i>Simbolo</i>	<i>Peso Molecolare</i>	<i>Concentrazione (% in volume)</i>
Azoto	N ₂	28.01	78.084
Ossigeno	O ₂	32.00	20.946
Argon	Ar	39.95	0.934
Biossido di Carbonio	CO ₂	44.01	0.030
Neon	Ne	20.18	2.821 10 ⁻³
Elio	He	4.00	0.524 10 ⁻³
Metano	CH ₄	16.04	0.150 10 ⁻³
Kripton	Kr	83.80	0.114 10 ⁻³
Idrogeno	H ₂	2.02	0.050 10 ⁻³
Xeno	Xe	132.30	0.009 10 ⁻³
Ozono	O ₃	48.00	0.007 10 ⁻³
Ammoniaca	NH ₃	16.04	0.001 10 ⁻³
Iodio	I ₂	253.81	0.001 10 ⁻³
Biossido di Azoto	NO ₂	46.01	0.0001 10 ⁻³
Biossido di Zolfo	SO ₂	64.06	0.00002 10 ⁻³
Monossido di Azoto	NO	30.00	0.00002 10 ⁻³
Acido Solfidrico	H ₂ S	34.08	0.00002 10 ⁻³
Monossido di Carbonio	CO	28.01	tracce

Tab.1.2: - Costituenti principali dell'aria secca.

I gas nell'aria secca si trovano ad una temperatura superiore alla temperatura critica (quella sopra la quale non è possibile liquefare un gas) e quindi, come già anticipato, per essi vale con ottima approssimazione sia la legge dei gas perfetti che la legge di Dalton. Vale la pena, a questo punto, *specializzare* la legge dei gas perfetti per il caso dell'aria secca. Per prima cosa è necessario definire un *peso molecolare dell'aria secca*. Dato che dalla *Tab.1.2* si nota come essa sia sostanzialmente composta solo da N₂, O₂ e CO₂, presenti in 1 m³ rispettivamente per il 78%, il 21%, lo 0.93%, è facile mostrare come il peso molecolare dell'aria secca sia pari a 28.966. Tenendo conto di ciò, *l'equazione di stato dell'aria secca* è data dalla relazione:

$$p = R_d \rho T \quad [1.6a]$$

dove ρ è la densità dell'aria (massa di aria per unità di volume, in kg·m⁻³) e R_d è la costante universale dell'aria secca pari a 2.8704 (mb·m³·K⁻¹·kg⁻¹). Dalla (1.6a) si ottiene immediatamente una relazione che consente di determinare la *densità dell'aria secca* (kg·m⁻³), nota la pressione (mb) e la temperatura (K):

$$\rho = 0.3484 p/T \quad [1.6b]$$

La densità dell'aria è quindi inversamente proporzionale alla temperatura e direttamente proporzionale alla pressione. A livello del mare, con una pressione di 1013.25 mb ed una temperatura di 288.15 K, ρ vale 1.225 kg·m⁻³. La sua dipendenza dalla pressione implica inevitabilmente una sua dipendenza con la quota. In effetti, se la temperatura diminuisce con la quota approssimativamente di 6.5 K·km⁻¹ e se al livello del mare $p_0=1013.25$ mb e $T_0=288.15$ K, dalla (1.4) si ha che ad una quota di 2000 m la pressione risulta pari a 790.23 mb e quindi la densità dell'aria diventa 1.0006 kg·m⁻³. A 2000 m di quota la densità dell'aria si è quindi ridotta del 18%.

Un'altra caratteristica importante dell'aria secca è il suo *calore specifico a pressione costante* C_p , che, per definizione, è l'energia richiesta, a pressione costante, per aumentare di 1 K la temperatura di 1 kg di gas. C_p , espresso in (J·kg⁻¹·K⁻¹), dipende solo dalla temperatura T (K) secondo la relazione semiempirica (Garratt, 1992):

$$C_p = 1005 + (T - 250)^2 / 3364 \quad [1.7a]$$

da cui si vede quanto poco, in realtà, dipenda dalla temperatura, per cui il valore 1005 J·kg⁻¹·K⁻¹ è praticamente sempre corretto nelle applicazioni di interesse pratico. Come sarà evidente nel seguito, riveste una notevole importanza il prodotto ρC_p . Dalle (1.6b) e (1.7a) si ha che:

$$\rho C_p = 350.14 \cdot p/T \quad [1.7b]$$

Alla pressione di 1013 mb e 288 K ρC_p vale circa 1232 J·m⁻³·K⁻¹.

Un'altra proprietà dell'aria secca di una certa importanza è la sua *conducibilità termica* K_d , cioè il flusso di energia termica che fluisce attraverso di essa in presenza di un gradiente di temperatura unitario. Una relazione che esprime la dipendenza tra tale grandezza (J·m⁻¹·s⁻¹·K⁻¹) e la temperatura (K) è la seguente:

$$K_d = 0.023807 + 7.1128 \cdot 10^{-5} (T - 273.15) \quad [1.8a]$$

Se si considera uno strato di atmosfera di spessore infinitesimo dz con una differenza di temperatura dT tra la superficie superiore e inferiore, il *flusso di calore per conduzione* che si viene a creare attraverso tale strato è dato da:

$$F_z = -K_d \cdot \frac{dT}{dz} \quad [1.8b]$$

Come noto, il flusso di calore per conduzione ha una direzione di propagazione opposta al gradiente di temperatura.

Esercizio 1.1

Per comprendere l'importanza più o meno elevata che riveste il flusso di calore per conduzione in atmosfera, in generale, e nel *PBL* in particolare, si considerino due casi tipici:

- una tipica situazione diurna soleggiata ed uno strato d'aria di spessore Δz molto piccolo (1 mm) immediatamente sopra il suolo. Se la temperatura media dello strato è pari a 298 K e la differenza di temperatura tra la sommità dello strato e l'interfaccia con la superficie terrestre è pari $\Delta T = -12$ K (valore molto realistico), dalle (1.8b) si ha che:

$$K_d = 0.0256 \text{ J} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$F_z \approx -K_d \cdot \frac{\Delta T}{\Delta z} = -0.0256 \cdot \frac{-12}{1 \cdot 10^{-3}} = 306.9 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$$

quindi in questo strato si viene a creare un flusso di calore estremamente elevato e diretto verso l'alto (dal suolo all'aria). Come si vedrà nel seguito, è proprio questo flusso di calore che realizza il trasferimento indiretto di energia solare incidente (che riscalda il suolo) all'aria del *PBL* durante le ore soleggiate, trasferimento che produrrà turbolenza.

- una tipica situazione della troposfera medio-alta (diciamo 1000 m, il tipico limite superiore del *PBL*) caratterizzata da una temperatura media di 273 K e da un gradiente di temperatura verticale di $-6.5 \text{ K}\cdot\text{km}^{-1}$. In questo caso si ha:

$$K_d = 0.0238 \text{ J}\cdot\text{m}^{-1}\text{s}^{-1}\text{K}^{-1}$$

$$F_z \approx -K_d \cdot \frac{\Delta T}{\Delta z} = -0.0238 \cdot (-6.5 \cdot 10^{-3}) = 1.5 \cdot 10^{-4} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$$

In questo caso il flusso di calore per conduzione è di sei ordini di grandezza inferiore e in questa porzione di troposfera la sua importanza è decisamente irrilevante. Come si nota, ciò che rende differenti i due casi non è tanto la differenza di valore nella conducibilità termica, quanto piuttosto il differente gradiente di temperatura verticale.

1.1.6 IL CONCETTO DI CONCENTRAZIONE DI UNA SOSTANZA IN ARIA

La presenza di una sostanza in aria ha bisogno di essere quantificata in modo univoco. Da questa necessità nasce il concetto di *concentrazione*. Nella Micrometeorologia e, soprattutto, nella teoria della dispersione degli inquinanti in aria, vengono utilizzati concetti diversi di concentrazione.

1.1.6.1 La concentrazione di massa

La *concentrazione di massa* è la prima definizione di concentrazione (ed anche la più naturale ed immediata), che si applica ad ogni tipo di sostanza, sia gassosa che solida. Se si isola attorno ad un punto *P* del dominio di indagine un volume di controllo *V* in cui è presente una massa M_A di una sostanza *A*, la concentrazione di massa ρ_A ($\text{g}\cdot\text{m}^{-3}$) è data da:

$$\rho_A = M_A / V \quad [1.9]$$

Si nota subito come, per una specie gassosa, la concentrazione di massa (che di fatto è una densità) *non si conserva* al variare della pressione e della temperatura. In effetti, se aumenta la temperatura, l'aria che originariamente occupava il volume di controllo si espanderà aumentando il proprio volume. Pertanto nell'originario volume di controllo *V* il numero di molecole di *A* presenti è diminuito e quindi è diminuita anche la concentrazione di massa. Quando si studia la dispersione degli inquinanti in aria, è questa la definizione che viene utilizzata ogni volta che non devono essere trattate sostanze chimicamente reattive. Dato che la concentrazione di inquinanti in aria è decisamente piccola, essa verrà generalmente espressa in $\mu\text{g}\cdot\text{m}^{-3}$.

1.1.6.2 Il rapporto di mescolanza

Il rapporto di mescolanza (*frazione molare* o *mixing ratio*) C_X di un gas *X* quantifica il numero di moli di questo gas presenti in ogni mole di aria. Quindi l'unità di misura in cui è espresso è ($\text{moli}_X \cdot \text{mole}_{\text{aria}}^{-1}$) o, equivalentemente ($\text{m}^3 \cdot \text{m}^{-3}$), dato che il volume occupato da un gas ideale è proporzionale al numero di moli dello stesso. Il rapporto di mescolanza ha la notevole proprietà di *conservarsi* al mutare della densità dell'aria, cosa che avviene col mutare della sua temperatura e pressione e ciò ne fa una misura robusta della presenza di una sostanza in atmosfera. Dato che, nella maggior parte dei casi, verrà considerato il rapporto di mescolanza di un gas presente in tracce, per semplicità l'unità di misura adottata è il *ppmv* (*parti per milione in volume*), o più semplicemente *ppm*, e il *ppb* (*parti per miliardo*). Pertanto si ha che:

$$1 \text{ ppmv} = 1 \text{ ppm} = 1 \cdot 10^{-6} \text{ moli/mole}$$

$$1 \text{ ppbv} = 1 \text{ ppb} = 1 \cdot 10^{-9} \text{ moli/mole}$$

In *Tab.1.2* sono stati riportati i valori tipici del rapporto di mescolanza dei principali costituenti dell'aria secca. Considerando ora l'equazione di stato dei gas perfetti, la legge di Dalton e la definizione di rapporto di mescolanza, si giunge facilmente alla relazione:

$$p_X = p \cdot C_X \quad [1.10a]$$

relazione che lega tra loro la pressione atmosferica p , la pressione parziale p_X del gas X ed il relativo rapporto di mescolanza C_X . Spesso, nella pratica, è necessario passare da una concentrazione di massa ρ_X al relativo rapporto di mescolanza C_X . E' facile verificare che, detto PM_X il peso molecolare del gas X , tra le due forme di concentrazione esistono le relazioni seguenti:

$$C_X = \rho_X \frac{R^* T}{p \cdot PM_X} \quad [1.10b]$$

$$\rho_X = C_X \frac{p \cdot PM_X}{R^* T}$$

Se, in particolare, la concentrazione di massa ρ_X è espressa in ($\mu\text{g}\cdot\text{m}^{-3}$), la pressione atmosferica in (mb), la temperatura in (K) ed il rapporto di mescolanza C_X in *ppb*, si ha che:

$$C_X = 0.08314 \cdot 10^3 \rho_X \cdot T / (p \cdot PM_X)$$

$$\rho_X = 12.0279 \cdot 10^{-3} C_X \cdot p \cdot PM_X / T \quad [1.10c]$$

In *Tab.1.3* sono raccolti i pesi molecolari delle sostanze di maggior interesse pratico. Se ci si limita a SO_2 , NO_2 e O_3 e se la pressione atmosferica e la temperatura valgono rispettivamente 1013 mb e 20°C , i fattori di conversione tra *ppb* e $\mu\text{g}\cdot\text{m}^{-3}$ sono rispettivamente 2.709, 1.945 e 2.030.

Sostanza	Peso Molecolare	Sostanza	Peso Molecolare
Ar	39.948	NO	30.006
Ne	20.179	NO ₂	46.006
Kr	83.800	O ₃	48.000
Xe	131.30	H ₂ O	18.015
N ₂	28.013	He	4.003
O ₂	32.000	NaCl	58.440
CH ₄	16.043	H ₂ O ₂	34.010
CO ₂	44.010	H ₂ SO ₄	98.070
CO	28.010	HNO ₃	63.010
H ₂	2.016	(NH ₄)NO ₃	80.045
N ₂ O	44.012	(NH ₄) ₂ SO ₄	132.137
SO ₂	64.060	C ₆ H ₆	78.1095
NH ₃	17.000	C ₆ H ₅ -CH ₃	92.1364

Tab.1.3: peso molecolare delle principali sostanze di interesse.

Esercizio 1.2

Nell'era pre-industriale il rapporto medio di mescolanza di CO_2 al suolo era di 280 ppm, mentre durante l'era industriale tale valore ha raggiunto i 365 ppm. Se la CO_2 è ben rimescolata in atmosfera e la pressione media al suolo è di 984 mb, si vuole stimare la massa di CO_2 immessa in atmosfera durante l'intera era industriale.

1. FONDAMENTI FISICI E FENOMENOLOGICI

Per prima cosa si stima la massa totale di aria presente in atmosfera. Dato che la pressione è il peso esercitato da una colonna d'aria a sezione unitaria, in questo caso, sulla superficie terrestre, se $R = 6400$ km è il raggio della Terra, la massa totale m_a di aria è:

$$m_a = \frac{4\pi R^2 p}{g} = 5.2 \cdot 10^{18} \text{ kg}$$

Se si indica con C_{CO_2} un generico rapporto di mescolanza della CO_2 , si ha che:

$$C_{CO_2} = \frac{\text{numero moli } CO_2}{\text{numero moli aria}}$$

quindi:

$$\begin{aligned} \text{Numero moli } CO_2 &= C_{CO_2} \cdot \text{numero moli aria} = \\ C_{CO_2} \cdot \frac{\text{massa aria}}{\text{Peso Molecolare aria}} &= C_{CO_2} \cdot \frac{m_a}{PM_{aria}} \end{aligned}$$

Da queste relazioni, indicando con m_{CO_2} la massa di CO_2 corrispondente e con m_a la massa d'aria, dalla relazione precedente si ottiene:

$$m_{CO_2} = C_{CO_2} \cdot m_a \cdot \frac{PM_{CO_2}}{PM_{aria}}$$

La quantità di CO_2 immessa in atmosfera durante l'era industriale, in cui il rapporto di mescolanza ha subito l'incremento ΔC_{CO_2} pari a:

$$\Delta C_{CO_2} = (365 - 280) = 85 \text{ ppm} = 85 \cdot 10^{-6} \text{ moli} \cdot \text{mole}^{-1}$$

è dato da:

$$\Delta m_{CO_2} = \Delta C_{CO_2} \cdot m_a \cdot \frac{PM_{CO_2}}{PM_{aria}} = 85 \cdot 10^{-6} \cdot 5.2 \cdot 10^{18} \cdot \frac{44.012}{28.97} = 6.7 \cdot 10^{14} \text{ kg}$$

La quantità di CO_2 immessa in atmosfera, pari a circa $6.7 \cdot 10^{11}$ t, è enorme e corrisponde a $1.8 \cdot 10^{11}$ t di carbonio. Tutto questo carbonio, convertito in CO_2 , rappresenta tutto il carbonio (presente in natura sotto varie forme, come idrocarburi, carbone, ecc.) coinvolto nei processi di combustione (delle attività industriali e degli autoveicoli) che hanno reso possibile l'instaurarsi del modello di vita tipico dell'era industriale che coinvolge la gran parte del mondo.

1.1.6.3 La densità molecolare

La densità molecolare (*number density*) N_X di un gas X è pari al numero di molecole di quel gas presenti nell'unità di volume di aria ed è comunemente espressa come ($\text{molecole}_X \cdot \text{m}^{-3}$). Questa definizione è l'unica impiegata quando si trattano le reazioni di chimica dell'atmosfera. Se si considera la reazione chimica che descrive la reazione tra due sostanze gassose X e Y da cui si ottengono i prodotti di reazione gassosi P e Q :



il tasso di sparizione di X ad essa dovuto eguaglia la frequenza di collisione tra le molecole di X e Y moltiplicata per la probabilità che ad ogni collisione segua la reazione chimica indicata. La frequenza di collisione, a sua volta, è proporzionale al prodotto della densità molecolare delle due specie $N_X \cdot N_Y$. Se si indicano con i simboli $[X]$ e $[Y]$ le due densità molecolari e con K la probabilità che avvenga la reazione (1.11°) quando una molecola di X collide con una di Y , è possibile scrivere l'equazione standard della cinetica chimica relativa alla reazione considerata, che quantifica il tasso di reazione di X :

$$\frac{d[X]}{dt} = -K \cdot [X] \cdot [Y] \quad [1.11b]$$

Il rapporto di mescolanza e la densità molecolare di un gas sono in relazione uno con l'altro attraverso la densità molecolare dell'aria N_a (molecole_{aria}·m⁻³), cioè:

$$N_X = C_X \cdot N_a \quad [1.12a]$$

A sua volta N_a dipende dalla pressione atmosferica p e dalla temperatura T seconda la legge dei gas perfetti. In particolare, se si considera un volume V contenente N moli di aria, indicando con A_V il numero di Avogadro si ha che:

$$N_a = \frac{A_V \cdot N}{V} \quad [1.12b]$$

e quindi

$$N_X = \frac{A_V p}{R^* T} \cdot C_X = 7.2434 \cdot 10^{24} \frac{p}{T} \cdot C_X \quad [1.12c]$$

dove C_X è espressa in (moli_X·moli_{aria}⁻¹). Come si può notare, la densità molecolare non si conserva al variare della pressione e della temperatura.

1.1.6.4 La concentrazione di sostanze non gassose

In atmosfera, oltre alle componenti gassose, sono presenti anche particelle solide o liquide sospese in aria, chiamate *particolato atmosferico* (o *aerosol atmosferico*), che presentano una dimensione caratteristica compresa approssimativamente nell'intervallo 0.001÷10 µm (le più piccole crescono rapidamente per condensazione, mentre le più grandi si depositano altrettanto rapidamente per effetti gravitazionali). Ovviamente la presenza in atmosfera di tali particelle può essere descritta solo impiegando la concentrazione di massa.

1.1.7 LE CARATTERISTICHE DELL'ARIA UMIDA.

Nella realtà, l'aria della troposfera non è mai secca e la frequente presenza di nubi alla sua sommità o di nebbia o foschia al suolo ne è un indizio evidente. La maggior parte dell'acqua allo stato gassoso entra nel *PBL* attraverso due meccanismi: *l'evaporazione* e *la traspirazione*. Il fenomeno dell'evaporazione ha luogo quando una singola molecola di acqua presente sopra una superficie liquida acquista (per esempio a causa della radiazione solare incidente) sufficiente energia cinetica da rompere il legame esistente con le altre molecole circostanti. Questa iniezione di energia conferisce un moto alla molecola che, se diretto verso l'alto, le consente di lasciare lo specchio d'acqua e di mescolarsi con gli altri componenti gassosi dell'aria sovrastante. Per quanto riguarda, invece, la traspirazione, il meccanismo è differente e riguarda l'acqua presente negli organismi viventi vegetali. Durante le ore diurne, gli *stomi* delle foglie si aprono in risposta alla presenza di energia solare incidente. Se la tensione di vapore dell'acqua presente nelle foglie eccede la tensione di vapore dell'acqua presente nell'aria, le molecole di acqua si muovono dalla zona ad alta tensione di vapore (le foglie) a quella a minore tensione di vapore (l'atmosfera). Questi due processi spesso vengono indicati collettivamente col termine *evapotraspirazione*.

Oltre a ciò, va rilevato che frequentemente nel *PBL* sono presenti formazioni nuvolose localizzate alla sua sommità. L'aria delle nubi presenta sempre un elevato contenuto di acqua sia in fase gassosa che in fase liquida (piccole gocce di acqua) e solida (piccoli cristalli di ghiaccio). Questa non è l'unica situazione in cui l'aria contiene acqua in fase non gassosa. In effetti troviamo acqua liquida in aria durante gli eventi di pioggia e nelle nebbie e troviamo acqua in fase solida durante neviccate e brinate. Trattare tutto ciò è piuttosto complesso e, per un approfondimento, si rimanda ai testi di meteorologia generale (es. Stull 2000, Ahrens 2000). Qui di seguito verranno introdotti solo alcuni concetti necessari alla descrizione quantitativa del *PBL*.

Per quantizzare il vapor d'acqua in aria, si ipotizzi di eseguire un esperimento (in realtà è ciò che

avviene in uno strumento reale chiamato psicrometro). Si ponga una piccola quantità di acqua a diretto contatto con l'aria: la quantità d'aria è tanto grande che la sua temperatura, la sua umidità (cioè la concentrazione di vapor d'acqua) e la sua pressione rimarranno praticamente inalterate durante le trasformazioni che avverranno nel sistema. Si assuma, inoltre, che tali trasformazioni avvengano in modo adiabatico, cioè senza scambio di calore con l'esterno. Se aria e acqua sono inizialmente alla stessa temperatura, l'evaporazione (che ha bisogno di energia per aver luogo) abbasserà la temperatura dell'acqua, creando così un gradiente termico e di conseguenza un flusso di calore dall'aria all'acqua. La temperatura dell'acqua quindi si abbasserà fino a che il calore trasmesso dall'aria non eguaglierà il flusso di calore di cui essa ha bisogno per la transizione di fase. All'equilibrio, l'acqua avrà una temperatura T_w (*temperatura di bulbo umido*) mentre l'aria avrà ancora la sua temperatura originaria T_d (*temperatura di bulbo secco*) che è poi la normale temperatura misurata da un termometro. Queste due temperature quantificano la presenza di vapor d'acqua in aria anche se, come si vedrà nel seguito, sono definibili allo scopo grandezze di più comodo utilizzo.

Perché sia possibile avere del vapor d'acqua in aria è necessario che dell'acqua liquida evapori. Il calore necessario per realizzare questo cambiamento di fase è il *calore latente di condensazione* λ ($\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}$) il cui valore è dato dalla relazione semiempirica seguente (Jacobson, 2000):

$$\lambda = 2.501 \cdot 10^6 - 2370 \cdot (T - 273.15) \quad [1.13]$$

che rappresenta la quantità di calore che va somministrata ad 1 kg di acqua perché evapori completamente. Lo stesso calore verrà poi rilasciato in fase di condensazione, cioè di passaggio dalla fase gassosa a quella liquida. La dipendenza dalla temperatura è piuttosto debole, infatti il valore di λ a 25°C è solo del 2% inferiore a quello a 0°C .

Dato che l'aria è una miscela gassosa contenente vapor d'acqua, per la *legge di Dalton* la *pressione totale* P che la caratterizza risulta pari a:

$$P = P_a + e \quad [1.14a]$$

dove P_a è la pressione che avrebbe l'aria se fosse priva di vapor d'acqua (aria secca) ed e è la pressione parziale del vapor d'acqua (*tensione di vapore*). Essa, essendo una pressione, viene misurata in (mb) e rispetta l'equazione di stato dei gas espressa nella forma seguente:

$$e = \rho_v \cdot R_v T \quad [1.14b]$$

dove ρ_v è la densità del vapor d'acqua e R_v è la costante dei gas per il vapor d'acqua pari a $4.6140 \text{ m}^3 \cdot \text{mb} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

Ad una data temperatura la tensione di vapore non può normalmente superare un valore di soglia, la *tensione di vapore alla saturazione* (e_s), che dipende dalla temperatura dell'aria e cresce con essa. In effetti, se si considera un volume chiuso in cui sia presente inizialmente dell'acqua in fase liquida e dell'aria, dall'acqua sfuggiranno in aria un certo numero di molecole con conseguente aumento della presenza del vapor d'acqua ed incremento della relativa pressione parziale. D'altro canto avverrà anche che delle molecole di vapor d'acqua vengano catturate dall'acqua liquida presente. Si vengono, quindi, a stabilire due flussi di molecole d'acqua, uno dalla fase liquida a quella gassosa e l'altro dalla fase gassosa a quella liquida. Dopo un transitorio iniziale, si giunge ad un equilibrio in cui la pressione parziale del vapor d'acqua è e_s . Per individuare delle relazioni che permettano di quantificare la tensione di saturazione del vapor d'acqua, è interessante iniziare considerando l'equazione di Clausius-Clapeyron. Essa esprime la variazione della tensione di saturazione rispetto alla temperatura nel modo seguente:

$$\frac{de_s}{dT} = \frac{\lambda}{R_v} \cdot \frac{e_s}{T^2} \quad [1.15a]$$

Da tale equazione è possibile, con alcune semplificazioni (Jacobson, 2000), ottenere la seguente

relazione tra e_s e la temperatura:

$$e_s = 6.112 \cdot \exp \left[6816 \cdot \left(\frac{1}{273.15} - \frac{1}{T} \right) + 5.1309 \cdot \ln \left(\frac{273.15}{T} \right) \right] \quad [1.15b]$$

In alternativa, si può utilizzare nell'intervallo $-35 < T_C < 35^\circ\text{C}$ la seguente relazione semiempirica:

$$e_s = 6.112 \cdot \exp \left(\frac{17.67 \cdot T_C}{T_C + 243.5} \right) \quad [1.15c]$$

Normalmente il vapor d'acqua è presente in aria ad una concentrazione inferiore al valore massimo consentito; in tal caso e dipende dalla pressione $P(\text{mb})$ e da T_d e T_w (K) secondo la relazione:

$$e = e_{sw} - 0.00066 \cdot [1 + 0.00115(T_w - 273)] \cdot p \cdot (T_d - T_w) \quad [1.16]$$

in cui e_{sw} è calcolata con la (1.15c) sostituendo a T_d la temperatura a bulbo umido T_w .

La tensione di vapore saturo e_s e la tensione di vapore effettiva e caratterizzano completamente il contenuto di vapor d'acqua in aria anche se sono concetti relativamente *poco operativi*. In pratica, può essere utile impiegare anche altre grandezze che quantificano il vapor d'acqua in una massa d'aria quali:

- *l'umidità relativa (RH)*, cioè il rapporto tra la massa di vapor d'acqua presente e la massa di vapor d'acqua alla saturazione, che può essere calcolata nel modo seguente (espressa in %):

$$RH = 100 \cdot e/e_s \quad [1.17a]$$

In pratica, l'umidità relativa indica l'ammontare di evaporazione che è possibile accumulare nell'aria, indipendentemente dalla temperatura della stessa. Ovviamente, quando l'umidità relativa raggiunge il 100%, si è in una situazione di saturazione.

- *l'umidità assoluta (a)*, cioè la massa di vapor d'acqua presente in 1 m^3 di aria umida. In pratica a , espressa in $(g_{acqua} \cdot m^{-3}_{aria})$, vale:

$$a = m_w/V \quad [1.17ba]$$

dove m_w è la massa di vapor d'acqua presente nel volume V d'aria. Se si utilizza la legge dei gas perfetti si ha che:

$$eV = m_w/M_w \cdot R^* T \quad [1.17c]$$

essendo M_w il peso molecolare dell'acqua (pari a 18). Si ha quindi che:

$$a = m_w/V = e M_w / (R^* T) = 216.5 \cdot e/T \quad [1.17d]$$

Sempre impiegando la legge dei gas perfetti si ottiene che:

$$a = 0.622 \cdot \rho \cdot e/p \quad [1.17e]$$

Il valore a_s alla saturazione, cioè la massima quantità di vapor d'acqua che può essere contenuta nell'aria, lo si ottiene dalle relazioni precedenti sostituendo alla tensione di vapore e il valore alla saturazione e_s .

- *il rapporto di mescolanza (r)*, cioè il rapporto tra la massa di vapor d'acqua in un dato volume di aria e la massa di aria secca presente nello stesso. Utilizzando ancora una volta la legge dei gas applicata sia all'aria secca che al vapor d'acqua, si ottiene:

$$r = 0.622 \cdot e / (p - e) \quad [1.17f]$$

Il rapporto di mescolanza alla saturazione r_s è dato sempre dalla (1.17f) sostituendo e con e_s . Per quanto detto al punto 1.1.6.2, r è una proprietà conservativa e per questo è la variabile più usata per descrivere l'umidità dell'aria.

- l'*umidità specifica* (q), cioè l'ammontare di vapor d'acqua (in grammi) per ogni grammo di aria umida (g_{acqua}/g_{aria}). La relazione che ne permette il calcolo è (con le solite unità di misura):

$$q = p \cdot 0.622 \cdot e / p \quad [1.17g]$$

Se in questa relazione si sostituisce ad e il valore alla saturazione e_s si ha l'umidità specifica alla saturazione.

- la *temperatura di rugiada* (T_{dw} , *dew-point temperature*) è la temperatura a cui l'aria deve essere raffreddata a pressione costante perché diventi satura. Una relazione semiempirica che si può usare per il suo calcolo è la seguente (la tensione di vapore è in mb):

$$T_{dw} = 273.15 + \frac{237.3 \cdot \log_{10}[e/6.1078]}{7.5 - \log_{10}[e/6.1078]} \quad [1.17h]$$

Col termine *dew-point depression* ΔT_{dw} si intende, poi, la differenza tra la temperatura dell'aria T e la temperatura di rugiada T_{dw} ed è una misura di quanto l'aria sia secca. La temperatura dell'aria T non può mai essere inferiore a T_{dw} . Se si cercasse di diminuire ulteriormente la temperatura, nella realtà essa resterebbe pari a T_{dw} e l'eccesso d'acqua condenserebbe.

Nella realtà del PBL, la *tensione di vapore del vapor d'acqua nell'aria umida risulta molto inferiore ai valori critici ed essa stessa può considerarsi molto simile ad un gas perfetto*. In queste condizioni si può derivare un'equazione di stato che lega tra loro pressione, temperatura e densità dell'aria umida, del tutto molto simile a quella dei gas perfetti:

$$p = R_d \rho T \cdot (1 + 0.608r) \quad [1.18a]$$

in cui si nota la presenza di un fattore moltiplicativo della temperatura derivante dalla presenza del vapor d'acqua. Per semplicità è consuetudine introdurre una nuova definizione di temperatura dell'aria umida, la *temperatura virtuale* (T_v) definita come:

$$T_v = T(1 + 0.608r) \quad [1.18b]$$

con cui l'equazione di stato diventa:

$$p = R_d \rho T_v \quad [1.18c]$$

formalmente identica all'equazione di stato dell'aria secca.

Il peso molecolare PM_w dell'aria umida non può che variare con il contenuto di vapor d'acqua q ed è dato da:

$$PM_w = \frac{28.966}{1 + 0.608 \cdot q} \quad [1.18d]$$

Nel caso dell'aria umida, la *densità* è ancora data dalla (1.5), a patto di sostituire alla temperatura normale la temperatura virtuale T_v . Nel caso, invece, del *calore specifico a pressione costante*, detto $C_{p,dry}$ il valore in assenza di umidità, la relazione seguente determina la variazione di tale parametro con la concentrazione di vapor d'acqua:

$$C_p = C_{p,dry}(1 + 0.859r) \quad [1.19]$$

L'influenza dell'umidità su ρC_p è, invece del tutto trascurabile.

Infine, di particolare interesse nelle applicazioni pratiche è il prodotto $\rho\lambda$ ($\text{J}\cdot\text{m}^{-3}$). Dalle (1.13) e (1.6b) si ottiene una relazione tra tale parametro, la temperatura e la pressione:

$$\rho\lambda = 0.3484 \cdot p/T \cdot \{2.501 \cdot 10^6 - 2370 \cdot (T - 273.15)\} \quad [1.20]$$

Finora si è considerata dell'aria umida in cui l'acqua era presente solo allo stato di vapore. Variando, però, la temperatura nel tempo (o nello spazio) sono possibili vari cambiamenti di fase. In effetti, un raffreddamento dell'aria può portare la sua tensione di vapore al valore di saturazione. In questo caso, proseguendo il raffreddamento, la tensione di vapore non può aumentare oltre il valore di saturazione e l'eccesso d'acqua presente in aria si condenserà in minute goccioline, determinando formazioni nebbiose o foschie. Ciò avviene, però, solo se in aria esistono dei *nuclei di condensazione*, cioè delle particelle solide attorno a cui l'acqua si può condensare, praticamente sempre presenti. Se poi la temperatura dell'aria risultasse inferiore a 0°C , il vapor d'acqua che lascia l'aria passa in fase solida (*brinamento*). Questo passaggio di fase è un processo esotermico ed il relativo calore latente, identico a quello caratteristico del passaggio di fase solido-gas (*sublimazione*), vale (Jacobson, 2000):

$$\lambda_s = 2.83458 \cdot 10^6 - T_{\circ\text{C}} \cdot [340 + 10.46 \cdot (T - 273.15)] \quad [1.21a]$$

Nelle nubi, presenti frequentemente alla sommità del *PBL*, l'acqua è presente sia come vapore che come liquido e solido e in esse può aver luogo il passaggio di fase solido-liquido e viceversa (*liquefazione* e *solidificazione*) caratterizzato da un calore latente pari a (Jacobson, 2000):

$$\lambda_m = 3.3358 \cdot 10^5 + T_{\circ\text{C}} \cdot [2030 - 10.46 \cdot (T - 273.15)] \quad [1.21b]$$

In generale, quindi, nell'aria è possibile trovare acqua allo stato gassoso, liquido e solido, anche contemporaneamente. Per quantificare complessivamente questa presenza di acqua, *l'acqua totale*, è opportuno definire un *rapporto di mescolanza totale* r_T pari alla somma di r (rapporto di mescolanza per il vapor d'acqua), r_L (rapporto di mescolanza dell'acqua liquida) e r_I (rapporto di mescolanza del ghiaccio).

Se si considera una particella di aria umida (con la presenza di acqua nelle tre fasi) che si muove nello spazio, la variazione nel tempo del suo rapporto di mescolanza totale sarà equivalente ad un *termine di sorgente*. Tale termine può essere rappresentato dall'evaporazione di acqua liquida adiacente alla particella (contributo positivo) o dalla perdita di acqua per saturazione e quindi precipitazione sotto forma di pioggia (contributo negativo). Se il termine di sorgente è nullo, durante la traiettoria la particella sperimenterà comunque una variazione di temperatura e di pressione ma, dovendosi conservare il rapporto di mescolanza totale, inevitabilmente si assisterà ad una ridistribuzione dell'acqua presente nelle diverse fasi.

Esercizio 1.3

Si consideri una particella d'aria alla quota del mare ($p = 1013 \text{ mb}$) con $T = 20^\circ\text{C}$ e $r = 10 \text{ g}\cdot\text{kg}^{-1}$. Se la particella viene raffreddata a 10°C , ci si domanda quanto sia il contenuto di acqua liquida dopo tale raffreddamento.

Dalla (1.17f) si ottiene il valore alla saturazione r_s per il rapporto di mescolanza, dopo aver stimato con la (1.15b) e_s . Il valore ottenuto è $r_s = 14.66 \text{ g}\cdot\text{kg}^{-1}$. Dato che r è inferiore a r_s , la particella non conterrà acqua liquida ($r_L = 0$) e quindi il contenuto totale di acqua è:

$$r_T = r + r_L = 10 \text{ g}\cdot\text{kg}^{-1}$$

Dopo il raffreddamento a 10°C, la massima quantità di vapor d'acqua consentita nella particella non può essere superiore al nuovo rapporto di mescolanza alla saturazione $r'_s = 7.62 \text{ g} \cdot \text{kg}^{-1}$. Dato che il rapporto di mescolanza totale della particella, che si conserva, risulta superiore, parte del vapor d'acqua si deve condensare in acqua liquida con rapporto di mescolanza pari a:

$$r'_L = r - r'_s = 10 - 7.62 = 2.38 \text{ g} \cdot \text{kg}^{-1}$$

1.1.8 L'EQUAZIONE IDROSTATICA.

Consideriamo ora una situazione ideale in cui la troposfera presenti una distribuzione termica e barica orizzontalmente omogenea e siano assenti moti verticali di rilievo. Una tale situazione, abbastanza ideale, viene spesso presa come riferimento nella modellizzazione del *PBL*. In pratica, definito questo stato di riferimento del *PBL*, i modelli stimano l'evoluzione nello spazio e nel tempo delle *variazioni* rispetto a tale condizione.

In questa situazione ideale di sostanziale quiete, la forza di gravità deve bilanciare esattamente la componente verticale della forza dovuta al gradiente verticale di pressione. Per apprezzare le conseguenze di ciò, si considerino due superfici isobariche, una alla quota z e a pressione p e l'altra alla quota $z+dz$ a pressione $p+dp$. Fra le due superfici si isola un volume d'aria con base unitaria (per es. un cilindro con asse verticale). In assenza di un gradiente orizzontale di pressione (presente solo con moti orizzontali dell'aria) e per l'isotropia della pressione atmosferica, la forza di pressione che si origina sulla superficie laterale del volumetto risulterà nulla. Il bilancio delle forze verticali si ridurrà quindi a:

$$p - (p + dp) - g\rho dz = 0 \quad [1.22a]$$

cioè :

$$\frac{dp}{dz} = -g\rho \quad [1.22b]$$

che è l'equazione idrostatica dell'atmosfera, secondo cui la pressione decresce con la quota. Questa situazione costituisce, di fatto, lo stato di riferimento dell'atmosfera.

Tra i molti impieghi dell'equazione idrostatica vale la pena considerare il seguente. Se si utilizza l'equazione di stato dell'aria per sostituire ρ , la (1.22b) si trasforma in:

$$dp/p = -g/(R_d \cdot T_v) \cdot dz \quad [1.23a]$$

molto usata per interpretare le misure raccolte durante un radiosondaggio. Noti, infatti, il profilo verticale della temperatura virtuale e della pressione, se si considera un generico strato d'aria tra il livello a pressione p_i ed il livello a pressione p_{i+1} e se è nota la quota *i-esima* (z_i), ipotizzando che in questo strato la temperatura virtuale sia pari alla media delle temperature virtuali misurate ai due livelli, dall'integrazione della (1.23a) si ottiene:

$$z_{i+1} = z_i + (R_d/g) \cdot (T_{v_i} + T_{v_{i+1}})/2 \cdot \ln(p_i/p_{i+1}) \quad [1.23a]$$

cioè:

$$z_{i+1} = z_i + 14.636 \cdot (T_{v_i} + T_{v_{i+1}}) \cdot \ln(p_i/p_{i+1}) \quad [1.23b]$$

L'uso di questa relazione a partire dal suolo, consente di ricostruire fedelmente la corrispondenza tra quote e pressioni.

Esercizio 1.4

Vicino al suolo, un incremento di 100 m di quota a quale diminuzione di pressione corrisponde?

Dall'equazione idrostatica si ha che:

$$\Delta p \cong -g\rho\Delta z$$

Se ci si riferisce alle condizioni standard al livello del mare, la riduzione di pressione richiesta risulta pari a:

$$\Delta p \cong -9.81(m \cdot s^{-2}) \cdot 1,225(kg \cdot m^{-3}) \cdot 100(m) = -1201.725 N \cdot m^{-2} = -12mb$$

Riferiamoci ancora una volta all'equazione idrostatica. Se si utilizza la legge dei gas perfetti essa diventa:

$$\frac{dp}{dz} = -g \cdot \frac{p}{R_d T} \quad [1.24a]$$

Se tale espressione viene integrata tra la pressione p_0 (livello del mare) e la pressione $p < p_0$ (cui corrisponde la quota z) e si considera costante la temperatura, si ha che:

$$p(z) = p_0 \cdot \exp\left[-\frac{g}{R_d T} \cdot z\right] \quad [1.24b]$$

cioè

$$p(z) = p_0 \cdot \exp\left[-\frac{az}{T}\right] \quad [1.24c]$$

E' facile verificare che $a = 9.81/(2.8704 \cdot 100) = 0.0342 K \cdot m^{-1}$. Si nota immediatamente come la relazione trovata coincida esattamente con la (1.4). La (1.24b) può essere riscritta anche come:

$$p(z) = p_0 \cdot \exp\left[-\frac{z}{H}\right] \quad [1.24d]$$

dove H è l'altezza di scala dell'atmosfera, pari a a/T . Per una temperatura media della troposfera di 250 K, H vale circa 7300 m. Infine, dalla (1.24d) e dalla legge dei gas perfetti si ottiene anche una relazione approssimata per la variazione con la quota della densità dell'aria, valida per una ipotetica atmosfera isoterma):

$$\rho(z) = \rho_0 \cdot \exp\left[-\frac{z}{H}\right] \quad [1.24e]$$

1.1.9 IL BILANCIO LAGRANGIANO DI CALORE

Si consideri ora una particella d'aria in moto entro il *PBL* e se ne studi il bilancio di calore considerando tale particella come un'entità autonoma. Questo è il primo esempio di analisi Lagrangiana che porterà alla messa a fuoco di importanti concetti per lo studio quantitativo del *PBL*.

1.1.9.1 La temperatura potenziale e la stabilità statica.

Per una particella di aria secca di massa unitaria il *Primo Principio della Termodinamica* può essere espresso nella forma seguente:

$$dQ = dU + dW \quad [1.25]$$

dove dQ rappresenta l'energia termica acquisita da tutte le sorgenti di calore esterne, cui la particella *risponde* incrementando (o decrementando) la propria energia interna dU ed il lavoro subito (o realizzato) dW . Nel caso di una particella di aria, la variazione di energia interna dU cor-

risponde ad un incremento (o decremento) di temperatura a volume costante, secondo la relazione seguente:

$$dU = C_v dT \quad [1.26a]$$

dove C_v è il calore specifico a volume costante ($718 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ alla temperatura di 298 K). Il lavoro realizzato dalla (o sulla) particella non potrà che essere un lavoro di espansione (o compressione), dato da:

$$dW = p dV = p d\alpha \quad [1.26b]$$

dove p è la pressione nella particella e dV e $d\alpha$ sono rispettivamente la sua variazione di volume e di volume specifico ($\alpha = 1/\rho$). Quindi, usando la (1.26a) e la (1.26b), la (1.25) si trasforma in:

$$dQ = C_v dT + p d\alpha \quad [1.26c]$$

Se si considera ora l'equazione di stato dei gas, è semplice verificare che:

$$p d\alpha = R_d dT - \alpha dp \quad [1.27]$$

E' noto inoltre dalla termodinamica che :

$$C_p = C_v + R_d \quad [1.28]$$

Inserendo la (1.27) e (1.28) nella (1.26b), si ha che, per una particella di aria secca, il primo principio della termodinamica può essere espresso dalla relazione seguente:

$$dQ = C_p dT - 1/\rho \cdot dp \quad [1.29]$$

Queste considerazioni si applicano ad una particella di aria secca in movimento o a riposo. Se, in particolare, una particella s'innalza nel *PBL*, nella sua ascesa incontrerà pressioni esterne in progressiva diminuzione e quindi si espanderà a spese dell'energia cinetica posseduta dalle molecole che la compongono, con una conseguente diminuzione della propria temperatura. *Pertanto, una particella di aria in salita entro il PBL si espande e si raffredda ed analogamente una particella in discesa si comprime e si riscalda.*

La salita o la discesa della particella potrebbe essere realizzata, a priori, in molti modi, anche se il più interessante è un *moto di tipo adiabatico*, cioè un moto tanto rapido da impedire che ci sia uno scambio di calore tra la particella e l'ambiente circostante. In tal caso, dalla (1.29) si ha:

$$C_p \left[\frac{dT}{dz} \right]_{ad} = \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dz} \quad [1.30]$$

che, impiegando l'equazione idrostatica, si riduce a:

$$\left[\frac{dT}{dz} \right]_{ad} = -\Gamma_d = -\frac{g}{C_p} = -0.0098 \text{ K/m} \quad [1.31]$$

dove Γ_d (pari a $0.0098 \text{ K}\cdot\text{m}^{-1}$) è normalmente denominato *gradiente adiabatico dell'aria secca* (*adiabatic lapse rate*). In pratica, una particella di aria secca che sale nel *PBL* in moto adiabatico si raffredda di 0.98 K per ogni 100 metri di incremento di quota. Lo *stato di riferimento* dell'atmosfera considerato dai modellisti non solo prevede che sia valida l'equazione idrostatica, ma anche che sia in condizioni adiabatiche, cioè che il gradiente di temperatura sia quello adiabatico.

Da queste considerazioni nasce il più importante parametro termodinamico che caratterizza l'atmosfera, cioè la *temperatura potenziale* θ definita come *quella temperatura che assume una particella di aria secca, originariamente a temperatura T , dopo un suo spostamento adiabatico da una quota cui corrisponde una pressione p , ad una quota di riferimento (approssimativa-*

mente il livello del mare) cui corrisponde una pressione p_0 assunta pari ai 1000 mb.

Per ottenere una relazione di pratico interesse tra θ a T , si sfrutta il fatto che il processo subito da una particella sia un processo *adiabatico*. Ricavando $1/\rho$ dall'equazione di stato dei gas, dalla (1.30) si ha che:

$$dT/T = (R_d/C_p) \cdot dp/p \quad [1.32]$$

La trasformazione adiabatica subita dalla particella di aria sarà quindi descritta integrando la relazione precedente tra la pressione p e la pressione $p_0 = 1000$ mb, ottenendo:

$$\int_T^\theta dT/T = \left(\frac{R_d}{C_p} \right) \cdot \int_p^{1000} (dp/p) \quad [1.33]$$

che porta alla definizione di *temperatura potenziale*:

$$\vartheta = T \left[\frac{1000}{p} \right]^{R/C_p} \quad [1.34]$$

dove R/C_p risulta pari a 0.286 e p è espresso in mb. Al di là del suo significato termodinamico, la (1.34) può essere vista semplicemente come una nuova definizione di temperatura che, per la sua utilità (come si vedrà nel seguito), è ampiamente impiegata nella modellizzazione del *PBL*.

Naturalmente, se nella (1.34) si sostituisce a T la temperatura virtuale T_v , ciò che si otterrebbe è la *temperatura potenziale virtuale*, indicata come θ_v .

Oltre alla relazione tra la temperatura *normale* T e la temperatura potenziale θ , si è interessati anche ad una relazione che leghi tra loro i rispettivi gradienti dT/dz e $d\theta/dz$. Differenziando la (1.34) ed utilizzando l'equazione di stato dei gas e la definizione di Γ_d (1.31), si ottiene:

$$\frac{T}{\vartheta} \frac{d\vartheta}{dz} = \frac{dT}{dz} + \frac{g}{C_p} = \frac{dT}{dz} + \Gamma_d \quad [1.35a]$$

Dato che θ che T sono espresse in gradi Kelvin, il rapporto T/θ è prossimo a 1 e quindi la relazione precedente può essere approssimata come:

$$\frac{d\vartheta}{dz} = \frac{dT}{dz} + \frac{g}{C_p} = \frac{dT}{dz} + \Gamma_d \quad [1.35b]$$

da cui è immediato verificare che:

- se $dT/dz < -0.0098$ ($^{\circ}\text{K/m}$), $d\theta/dz < 0$
- se $dT/dz = -0.0098$ ($^{\circ}\text{K/m}$), $d\theta/dz = 0$
- se $dT/dz > -0.0098$ ($^{\circ}\text{K/m}$), $d\theta/dz > 0$

Se si integra la (1.35b) si ottiene una buona approssimazione della (1.34), che semplifica notevolmente i calcoli pratici pur garantendo una buona approssimazione:

$$\vartheta \cong T + 0.0098 \cdot z \quad [1.36]$$

Per illustrare l'importanza pratica del concetto di temperatura potenziale nello studio del *PBL*, è conveniente riconsiderare il profilo termico verticale di *Fig.1.3* alla luce della definizione di temperatura potenziale. Applicando la (1.34) o la (1.35b) per trasformare T in θ , si ottiene il profilo di temperatura potenziale riportato in *Fig.1.6*.

La trasformazione è sorprendente! Mentre nel profilo verticale della temperatura *normale* si notava solo una lieve, ma inequivocabile, irregolarità che metteva in luce la presenza di uno strato

atmosferico distinto, la trasformazione in temperatura *potenziale* fa emergere una complessa stratificazione termica che suggerisce un'analisi ancora più accurata, questa volta basata sul gradiente di temperatura potenziale. In effetti, mentre nella Fig.1.3 il PBL (mostrato in un'ora a forte soleggiamento) presentava un gradiente di T sempre positivo, tranne nella parte superiore dello strato dove era presente una spiccata inversione ($dT/dz > 0$), nella Fig.1.6 sono evidenti almeno quattro zone distinte:

- una zona, nelle immediate vicinanze del suolo, con $d\theta/dz$ fortemente negativo,
- una zona intermedia con $d\theta/dz$ circa nullo,
- un'altra zona con $d\theta/dz$ fortemente positiva
- la zona superiore con $d\theta/dz$ positiva, ma inferiore alla precedente, che continua con gradiente circa uguale fino alla sommità della troposfera.

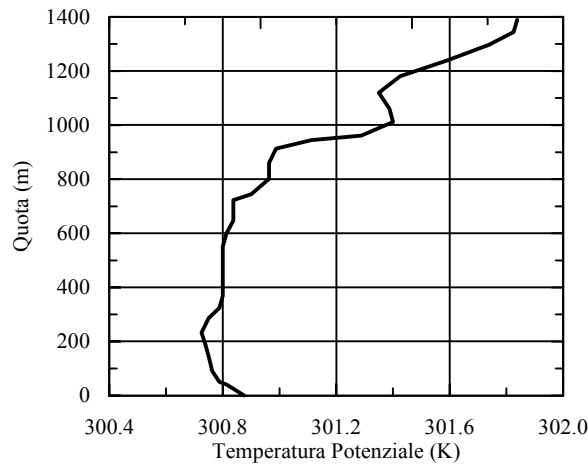


Fig. 1.6: profilo verticale di temperatura potenziale (30/9/2000, 12GMT, Milano Linate).

Ci si chiede a questo punto se questa stratificazione, tipica delle condizioni diurne a forte soleggiamento, abbia evidenti implicazioni fisiche, ciò che inizieremo ad indagare al Paragrafo 1.3.

Finora è stato considerato il moto Lagrangiano di una particella di *aria secca*, moto che, per definizione, non prevede scambi di calore con l'esterno. Anche se tutte queste considerazioni si riferiscono all'aria secca, esse si applicano comunque anche all'aria umida purché non satura. Per quanto visto, una particella d'aria secca, durante un processo adiabatico, si raffredda quando sale e si riscalda quando scende. Anche una particella d'aria satura si comporta in maniera simile, ma il suo riscaldamento o il suo raffreddamento risulta meno marcato e la ragione di ciò sta nel fatto che l'aria satura contiene la maggior quantità possibile di vapor d'acqua. Se si innalza e si raffredda, essa deve contenere meno vapore di quanto ne possiede e ciò determina la condensazione del vapore in eccesso sotto forma di gocce di liquido (ovviamente in presenza di nuclei di condensazione, cosa praticamente sempre verificata). Durante la condensazione viene, però, rilasciato del calore latente all'aria, calore che compensa parzialmente il raffreddamento adiabatico. In fase di discesa, alla particella accade l'opposto: alcune gocce di acqua liquida evaporano e rimuovono calore dall'aria, compensando parzialmente il riscaldamento adiabatico.

Per il movimento ascensionale di una particella di aria satura è ancora possibile definire un gradiente tipico di temperatura, il *saturated-adiabatic lapse rate* $\Gamma_s = -dT/dz$, che si riscontra frequentemente in uno strato d'aria con nebbia o in una nube. Esso è definito come:

$$\Gamma_s = \frac{g}{C_p} \cdot \frac{(1 + r_s/R_d \cdot \lambda/T)}{\left(1 + 0.622 \cdot \frac{\lambda^2 r_s}{C_p R_d T^2}\right)} \quad [1.37a]$$

Se si ignora, per semplicità, la variazione di calore specifico con l'umidità, utilizzando i valori standard per le costanti presenti, la (1.37a) si riduce alla forma più semplice seguente:

$$\Gamma_s = 0.0098 \cdot \frac{1 + 8711 \cdot r_s / T}{1 + 1.35 \cdot 10^7 r_s / T^2} \quad [1.37b]$$

Vicino al suolo, in condizioni di saturazione, Γ_s è dell'ordine di $0.004 K \cdot m^{-1}$, valore che cresce fino a $0.006 \div 0.007 K \cdot m^{-1}$ nella parte media della troposfera. In alta troposfera, dove l'umidità è praticamente assente, il *saturated lapse rate* tende all'*adiabatic lapse rate*.

Da ultimo, si consideri ancora una volta il moto ascensionale adiabatico di una particella umida ma non satura. Nel suo moto ascensionale essa presenterà un grado di saturazione via via crescente con la quota. La quota a cui tale particella raggiunge la saturazione prende il nome di *livello di sollevamento alla condensazione (lifting condensation level)* dato (in metri) da (Stull, 2000):

$$z_{LCL} = 125 \cdot (T - T_{dw}) \quad [1.38]$$

1.1.9.2 La stabilità statica

Si consideri ancora una volta una particella di aria secca in movimento senza *scambio di calore e massa* con l'ambiente circostante e si ipotizzi che la pressione caratteristica della particella sia identica a quella dell'ambiente circostante. Tale particella si trovi ad una quota z_0 (nel *PBL*) dove il gradiente di temperatura potenziale è pari a $(d\theta/dz)_0 = -\Gamma$. Il problema che ci si pone è il seguente: come si comporterebbe questa particella di aria in quel punto se subisse un piccolo spostamento verticale senza con ciò disturbare l'ambiente circostante?

La forza che agisce sulla particella è calcolabile con la legge di Archimede (Dutton, 1995), cioè:

$$F = g(M - M_p) \quad [1.38]$$

dove M_p è la massa della particella di aria ed M è la massa dell'aria spostata dalla particella stessa. Se V è il volume della particella, $\rho_p = M_p/V$ è la sua densità e $\rho = M/V$ è la densità dell'aria circostante, la (1.38) diventa:

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = g \left(\frac{\rho - \rho_p}{\rho_p} \right) \quad [1.39a]$$

quindi la particella avrà un'accelerazione diretta verso l'alto se risulterà meno densa dell'aria o verso il basso se più densa. Per la legge di stato dei gas, ricordando che la pressione è uguale sia per la particella che per l'aria circostante, detta θ_p la temperatura potenziale della particella e θ quella dell'aria, si ha che:

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = g \left(\frac{\theta_p - \theta}{\theta} \right) \quad [1.39b]$$

Per studiarne il movimento verticale, si supponga che la particella si trovi all'istante iniziale t_0 alla quota z_0 e sia in equilibrio termico con l'aria circostante (cioè $\theta_p = \theta = \theta_0$). Inoltre s'immagini che la particella sia dotata anche di una velocità iniziale verticale w_0 che ne determina lo spostamento verticale. Per descrivere il comportamento della particella, si invochi ancora il principio di Archimede, che però richiede la conoscenza della temperatura dell'aria a quote diverse da z_0 . A tale scopo, se lo spostamento è *piccolo*, si può ottenere la nuova temperatura potenziale dallo sviluppo in serie di Taylor di θ attorno a θ_0 :

$$(\theta - \theta_0) = (z - z_0) \cdot \left(\frac{d\theta}{dz} \right)_0 + \frac{(z - z_0)^2}{2} \left(\frac{d^2\theta}{dz^2} \right)_0 + \dots \quad [1.40]$$

Se la particella, a causa della velocità iniziale w_0 , si sposta da quota z_0 a z in maniera che $(z - z_0)$ sia *piccolo*, visto che il suo movimento è adiabatico, manterrà la propria temperatura potenziale θ_0 originale, mentre l'aria circostante si troverà alla temperatura θ caratteristica della quota z . In questo caso la legge di Archimede per la particella si può scrivere come:

$$\frac{d^2(z - z_0)}{dt^2} = g \left(\frac{\theta_0 - \theta}{\theta} \right) = -g \left(\frac{\theta - \theta_0}{\theta} \right) \quad [1.41a]$$

che, impiegando lo sviluppo (1.40) arrestato al primo termine e la definizione $\zeta = z - z_0$, porta all'equazione differenziale seguente che descrive il moto verticale della particella in esame:

$$\frac{d^2\zeta}{dt^2} + \left(\frac{g}{\theta} \cdot \frac{d\theta}{dz} \right)_0 \zeta = 0 \quad [1.41b]$$

Questa equazione differenziale è ben nota nella Fisica e si riferisce all'oscillatore armonico. In Kreyszig (1993) si possono trovare molti dettagli teorici su un tale tipo di equazione. Comunque, dalla teoria si ha che la sua soluzione generale è la seguente:

$$\zeta = Ae^{jNt} + Be^{-jNt} \quad [1.42]$$

dove $j = \sqrt{-1}$, A e B sono delle costanti il cui valore dipende dalle condizioni iniziali ed N vale in questo caso:

$$N = \left[\frac{g}{\theta_0} \left(\frac{\partial\theta_0}{\partial z} \right) \right]^{1/2} \quad [1.43]$$

E' immediato constatare che N può assumere valori reali o immaginari, a seconda del segno del gradiente di temperatura potenziale $d\theta/dz$. Nel caso in cui il gradiente verticale della temperatura potenziale sia positivo, N è reale, ha le dimensioni (s^{-1}), quelle di una frequenza, e viene indicato con il nome di *frequenza di Brunt-Vaisala*.

Con la condizione iniziale $\zeta = 0$ e $d\zeta/dz = w_0$, si ha che:

$$\zeta = w_0 / (2jN) \cdot (e^{jNt} - e^{-jNt}) \quad [1.44]$$

Si possono avere, quindi, i casi seguenti:

- se $d\theta/dz > 0$ (*situazione di inversione per la temperatura potenziale*) la (1.44) diventa:

$$\zeta = z - z_0 = w_0 / N \cdot \sin(Nt) \quad [1.45]$$

Pertanto, *se il gradiente di temperatura potenziale è positivo, nell'atmosfera immobile la particella oscilla con frequenza N e periodo $\tau = 2\pi/N$* . Il risultato ottenuto è proprio quello dell'oscillatore armonico anche se, impiegando un modello formulato in maniera più completa, si sarebbe ottenuta una soluzione sempre oscillante, ma con smorzamento. Queste considerazioni possono essere estese sostanzialmente anche quando l'atmosfera è in movimento. Tutto ciò porta a dire che *una particella, immersa in un'atmosfera a gradiente di temperatura potenziale positivo, se allontanata dalla propria posizione iniziale, tende a ritornarci con un moto oscillante smorzato*. In pratica la particella è in *equilibrio statico stabile*. Un tipico valore di N è $1.2 \cdot 10^{-2} s^{-1}$, quindi il periodo di oscillazione è dell'ordine di 9 minuti.

Al di là delle considerazioni matematiche, questa situazione è reale nelle situazioni in cui il *PBL* presenta un gradiente di temperatura potenziale positivo (per es. nelle ore notturne). In effetti, se si isola una particella d'aria la cui traiettoria è perpendicolare ad una barriera montuosa e la cui quota è inferiore a quella della linea di cresta, essa subirà un innalzamento per superare il crinale e, una volta superatolo, inizierà ad oscillare e con lei le altre particelle circostanti. Il risultato netto sarà che, a valle dell'ostruzione orografica, al moto *normale* di traslazione delle masse d'aria si verrà a sovrapporre un moto ondulatorio smorzato (onda orografica, *lee wave*) che, in prima approssimazione, sarà simile a quanto schematicamente riportato in Fig.1.7 ed approssimativamente descritto dalla (1.45).

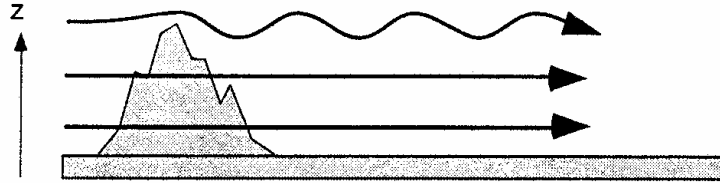


Fig.1.7 onde orografiche in condizioni di stabilità (Stull, 2000)

- se invece $d\theta/dz < 0$, non è definibile la frequenza di Brunt-Vaisala e N è un numero immaginario. In questo caso la (1.44) si riduce a:

$$\zeta = z - z_0 = \frac{w_0}{2} \left[\exp\left(\left|\frac{g}{\theta} \frac{\partial\theta}{\partial z}\right|^{1/2} t\right) - \exp\left(-\left|\frac{g}{\theta} \frac{\partial\theta}{\partial z}\right|^{1/2} t\right) \right] \left(\frac{g}{\theta} \frac{\partial\theta}{\partial z}\right)^{-1/2} \quad [1.46]$$

Questa soluzione, associata ad un *gradiente di temperatura potenziale negativo*, indica che *la particella, spostata dalla sua posizione di equilibrio, procederà in un moto di allontanamento inarrestabile dalla posizione iniziale. La particella si trova quindi in una situazione di equilibrio statico instabile*. Una tale situazione è tipica della parte bassa del *PBL* nelle ore diurne e soleggiate quando lì si viene ad instaurare un gradiente di temperatura potenziale negativo. In tali situazioni, le bolle d'aria calda che si formano al suolo e che si staccano da esso perché più leggere dell'aria circostante, vengono accelerate, generando movimenti ascendenti diretti alla parte mediana del *PBL*.

- è facile vedere che *quando il gradiente della temperatura potenziale è nullo, la particella si trova in un equilibrio statico indifferente (neutro o adiabatico), cioè spostata dalla sua posizione di equilibrio procederà con moto uniforme*. In sostanza, una particella che giunge in una porzione di atmosfera neutra non verrà né accelerata né decelerata, mantenendo inalterata la propria velocità. Una situazione di questo tipo la si incontra nella parte mediana di un *PBL* diurno generata da un forte soleggiamento, dove il gradiente verticale di temperatura potenziale è circa nullo. Per quanto visto, questo strato di atmosfera non agirà sulle correnti ascendenti e discendenti eventualmente presenti.

Sintetizzando in termini operativi tutto ciò, si può affermare che se in un punto del *PBL*:

- $d\theta/dz > 0$, in tale punto si è in una situazione *Staticamente Stabile* ed una particella spostata in verticale dalla propria posizione originaria tenderà ad oscillare attorno ad essa;
- $d\theta/dz = 0$, in tale punto si è in una situazione *Staticamente Adiabatica o Neutra* e nessuna azione viene applicata su una particella in transito in tale punto;
- $d\theta/dz < 0$, in tale punto si è in una situazione *Staticamente Instabile* ed ogni spostamento verticale eventualmente conferito ad una particella viene esaltato.

Questi concetti di stabilità, tipici della meteorologia generale, da soli non sono sufficienti a descrivere quanto avviene entro il *PBL*, a causa della turbolenza atmosferica che, nel *PBL*, rappresenta l'elemento più importante e caratterizzante. Essi comunque costituiscono un utile punto di riferimento per analizzare situazioni reali. Quello che è interessante sottolineare è che il gradiente verticale di temperatura potenziale influenza in maniera determinante il tipo di moto di una particella entro il *PBL*.

1.2 LE CARATTERISTICHE DI UN FLUIDO VISCOSO

L'aria è un fluido (gas, in questo caso) e ci si aspetta che rispetti le leggi della Fluidodinamica. Ciò è ovviamente vero, almeno in linea di principio, anche se l'enorme complessità del sistema fisico che si sta indagando a prima vista appare scoraggiante. Mentre nei Capitoli che seguono verrà presentato nel dettaglio il modello fluidodinamico del *PBL*, qui, invece, ci si limiterà a presentare alcuni concetti di base (per maggiori dettagli si faccia riferimento a Tennekes e Lumley 1972, Blackadar 1997 e Arya 1987, Wyngaard 2010).

1.2.1 IL MOTO DEI FLUIDI NON VISCOSI

Un *fluido non viscoso* è un fluido il cui moto si presenta estremamente regolare e ordinato e che può essere assimilato ad un insieme di strati adiacenti e sovrapposti di dimensioni infinitesime che scorrono liberamente gli uni su gli altri senza che tra di essi si origini attrito. Oltre a ciò, il fluido scorre sopra una frontiera solida senza che, anche in questo caso, si origini attrito. Per questo, nel moto di un fluido non viscoso non ci può essere rimescolamento di fluido e tanto meno trasferimento di quantità di moto, di calore o di massa tra gli strati mobili in cui si può schematizzare il fluido in movimento. L'unica possibilità di scambio la si ha lungo la direzione del moto del fluido (*streamline*) e solo per avvezione. La semplice osservazione delle manifestazioni che avvengono nel *PBL* evidenzia immediatamente quanto poco ci sia in comune tra questo tipo di moto e quello dell'atmosfera nei pressi del suolo. La constatazione che il *PBL* non possa essere considerato (nemmeno in prima approssimazione) un fluido non viscoso fa naufragare la speranza di poterlo descrivere con un modello matematico semplice!

1.2.2 IL MOTO DEI FLUIDI VISCOSI

Al contrario, nello studio dell'atmosfera (e quindi del *PBL*) è indispensabile considerare l'aria come un *fluido viscoso*, un fluido cioè, il cui moto è condizionato da una resistenza interna alla deformazione, proprietà di tipo molecolare che prende il nome di *viscosità*. Un'importante manifestazione degli effetti della viscosità è il fatto che le particelle di fluido aderiscono alla superficie solida con cui si trovano in contatto e di conseguenza non si riscontra alcun moto relativo tra il fluido e quest'ultima. Questa è la ben nota "*no-slip condition*", facilmente riscontrabile nel moto delle masse d'aria sopra la superficie terrestre, oltre che nel moto di tutti i fluidi di interesse geofisico (atmosfera, oceano, ecc.).

La viscosità del fluido è quindi la causa dello *sforzo di taglio* (*shearing stress*) che si origina tra strati adiacenti di fluido, sforzo definito come quella *forza per unità di superficie* che determina una variazione di velocità tra strati adiacenti (*shear*). Una semplice dimostrazione di ciò è la situazione ideale del *Flusso di Couette* (Fig. 1.8), in cui un fluido viscoso si muove tra due superfici piane poste a distanza h , parallele ed infinite, una fissa e l'altra in *lento* movimento alla velocità U_h . Se la velocità orizzontale (traslazionale) del fluido è sufficientemente bassa, il fluido si muoverà orizzontalmente in maniera regolare ed ordinata (moto laminare) senza alcuna componente trasversale o verticale e, dovendo aderire ad entrambe le superfici, le particelle di fluido a contatto con la superficie in movimento avranno una velocità U_h , mentre quelle a contatto con la superficie fissa avranno velocità nulla.

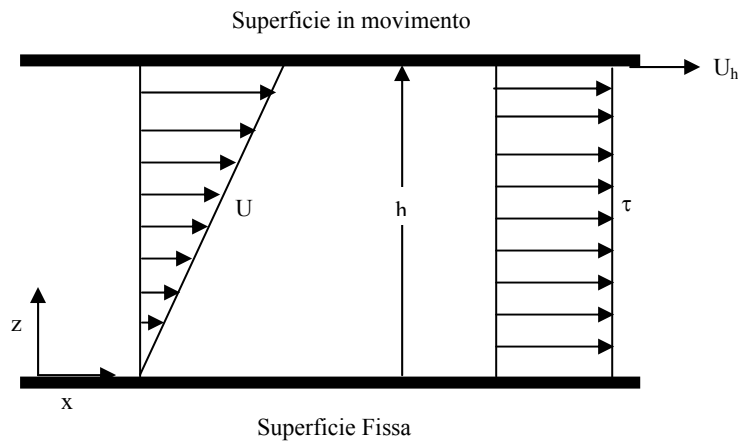


Fig. 1.8: moto unidirezionale di un fluido viscoso (Flusso di Couette).

Quindi, entro il fluido si viene a stabilire una variazione lineare di velocità direttamente proporzionale alla distanza dalla superficie fissa, con gradiente $dU/dz = U_h/h$ costante in ogni parte del fluido. Ovviamente, per mantenere lo stato di moto del *Flusso di Couette* è necessario applicare costantemente una forza alla superficie superiore del fluido e ciò avviene attraverso la piastra superiore in movimento che trasmette questo moto alle particelle di fluido immediatamente sottostanti che devono restarle aderenti. Tale forza per unità di superficie τ , applicata alla piastra superiore e trasmessa al fluido sottostante, agisce tangenzialmente e nella direzione del moto del fluido e prende il nome di *sforzo (stress)*. La sua applicazione ha, come risultato pratico, la variazione della velocità del fluido che, nel *Flusso di Couette*, è lineare con z (nulla a $z = 0$ e U_h a $z = h$), che costituisce la *reazione* del fluido all'applicazione della forza esterna.

Dall'osservazione di questo tipo di moto, Newton arguì la relazione di proporzionalità tra lo sforzo (*stress*) τ ed il gradiente della velocità del fluido (*strain*):

$$\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial z} \quad [1.47a]$$

ed i fluidi che presentano tale proprietà sono detti *fluidi Newtoniani*. In questa relazione il coefficiente di proporzionalità μ è chiamato *viscosità dinamica* del fluido. La viscosità dinamica dell'aria varia con la temperatura e cresce con essa secondo la relazione (Jacobson, 2000):

$$\mu = 1.8325 \cdot 10^{-5} \cdot \left(\frac{416.16}{T + 120} \right) \cdot \left(\frac{T}{296.16} \right)^{1.5} \quad [1.47b]$$

A 20°C essa vale $1.8178 \cdot 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$. Nelle applicazioni pratiche è più frequente l'impiego della *viscosità cinematica* ν definita come $\nu = \mu/\rho$. Alla temperatura di 20°C ed alla pressione di 1013 mb, ν vale $1.46 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$.

Ciò che è successo effettivamente al fluido nel moto rappresentato in Fig. 1.8 (e in ogni altro tipo di moto di un fluido viscoso) è di una complessità stupefacente, tuttavia l'essenza di ciò può essere così espressa (Lisieur, 1994). Immaginiamo di poter considerare il fluido costituito da un insieme elevatissimo di particelle, ognuna grande a sufficienza da contenere un numero elevatissimo di molecole di fluido. Consideriamo ora una generica particella. In assenza di moto del fluido, attraverso la superficie esterna che delimita la particella in questione transiteranno varie molecole, sia molecole della particella dirette verso l'esterno, sia molecole di particelle adiacenti dirette verso l'interno della molecola considerata. In media, il transito netto di molecole da e per la particella (*diffusione molecolare*) è nullo e la particella sostanzialmente è in equilibrio. Quando, però, il fluido è in movimento (come nel caso di Fig. 1.8), nel suo interno nasco-

no *forze viscosse* che corrispondono a variazioni di quantità di moto delle particelle del fluido dovute alla diffusione molecolare attraverso la loro superficie. Infatti, se una particella è più veloce della sua vicina, le molecole che escono da essa per diffusione molecolare (molecole *rapide*) saranno rimpiazzate da molecole più lente provenienti dall'esterno. La particella di fluido che stiamo considerando perderà, quindi, quantità di moto per diffusione molecolare se è più veloce della particella vicina (e ciò tenderà a rallentarla) o guadagnerà quantità di moto se è più lenta (e tenderà ad accelerare). Questo meccanismo semplificato di scambio di quantità di moto dovuta alla diffusione molecolare giustifica qualitativamente quanto veramente si riscontra nei moti reali.

Poniamoci ora la domanda: se lo sforzo τ applicato alla superficie superiore del fluido si annullasse, che succederebbe? Ovviamente il moto si arresterà più o meno rapidamente e il fluido ritornerà in queste. Quindi, i vari meccanismi di scambio di quantità di moto si fermeranno, gli stress entro il fluido verranno meno e l'influenza della viscosità cesserà. Ma l'energia spesa per mantenere attivo il moto del fluido non potrà essere recuperata e non potrà essere restituita a chi l'aveva originariamente fornita. Il fenomeno è quindi *dissipativo* (necessita di energia per mantenersi attivo) ed è *irreversibile*.

La reazione del fluido all'applicazione di uno *stress viscoso* è dunque la sua *deformazione* (*strain*) che si manifesta con una variazione del proprio profilo di velocità. L'equazione (1.47a) a rigore è valida solo per un moto unidirezionale come quello illustrato in *Fig.1.8*. Il moto di un fluido reale è in generale molto più complesso e la variazione spaziale della velocità del fluido in differenti direzioni dà luogo a *shear stress in differenti direzioni*. Per chiarire ciò, è bene premettere alcune semplici considerazioni del tutto generali sul concetto di *sforzo*.

Consideriamo una particella di un fluido viscoso in movimento. Essa verrà influenzata dal moto del fluido che la circonda attraverso le forze che agiscono sulla sua superficie esterna, forze che tendono ad essere proporzionali alla superficie su cui agiscono (la superficie esterna della particella, per l'appunto). Viene quindi spontaneo far riferimento ad esse mediante il loro valore per unità di superficie e a queste *forze specifiche* attribuiamo la denominazione di *sforzo*. Lo sforzo su una superficie, come la forza che rappresenta, è una quantità vettoriale e la sua orientazione è importante, come è importante anche l'orientazione della superficie su cui tale sforzo agisce.

Il fatto che queste forze specifiche, che portano alla deformazione della particella, dipendano dall'orientamento della superficie su cui agiscono introduce un elevato grado di complessità nel ragionamento che ci accingiamo a fare. In primo luogo la genericità del concetto di particella di fluido comporta che la sua forma possa essere qualsiasi e quindi che l'orientamento della sua superficie esterna vari anche in maniera bizzarra da punto a punto. Per semplicità, consideriamo una particella di forma *cubica*, centrata su un generico punto $P(x,y,z)$ i cui spigoli siano orientato secondo gli assi coordinati, come illustrato in *Fig.1.9*, e concentriamo l'attenzione sulla sua faccia superiore il cui orientamento è univocamente dato dalla normale \mathbf{n}_z , vettore di modulo unitario e direzione e verso coincidente con l'asse z . Questa superficie separa due zone di fluido, il fluido interno alla particella e quello esterno ad essa, zone con proprietà dinamiche a priori distinte. Per questa ragione, il fluido esterno alla particella, che lambisce la faccia superiore della stessa, eserciterà una forza specifica $\boldsymbol{\tau}_z$ indicata in *Fig.1.10*. Questa forza specifica può avere uno orientamento qualsiasi ed è completamente caratterizzata dalle tre componenti cartesiane τ_{zx} , τ_{zy} e τ_{zz} , (cioè τ_{zi} , $i = x, y, z$) dove il primo pedice indica l'orientamento della superficie (cioè la normale alla superficie) ed il secondo pedice i diversi assi coordinati. Se ora consideriamo la faccia *Est* della particella la cui normale \mathbf{n}_y ha direzione e verso concorde con l'asse y , vediamo anche in questo caso che tale superficie separa due regioni di fluido a caratteristiche diverse. Il fluido esterno alla particella, anche in questo caso, eserciterà su tale superficie una forza specifica $\boldsymbol{\tau}_y$ che normalmente sarà differente da $\boldsymbol{\tau}_z$ e le cui componenti cartesiane saranno τ_{yx} , τ_{yy} e τ_{yz} (cioè τ_{yi} , $i = x, y, z$). Analogo ragionamento può essere fatto anche per la superficie *Sud* (con normale \mathbf{n}_x) ed in questo caso la forza specifica esercitata dal fluido circostante sarà $\boldsymbol{\tau}_x$, in gene-

rale differente sia da τ_z che da τ_y , le cui componenti cartesiane saranno τ_{xx} , τ_{xy} e τ_{xz} (cioè τ_{xi} , $i = x, y, z$).

In sostanza, possiamo concludere che se ci poniamo in un punto $P(x,y,z)$ ed esploriamo il fluido circostante posizionando una superficie unitaria centrata su P , l'azione del fluido circostante sarà differente a seconda dell'orientamento della superficie e pari a τ_{xi} per la superficie orientata a *Sud*, τ_{yi} se la superficie è orientata ad *Est* e τ_{zi} per una superficie orientata verso l'alto, $i = x, y, z$. Queste considerazioni sono state fatte ipotizzando una particella di forma cubica e sembrerebbero legate a questa particolare scelta. Tuttavia si può dimostrare in maniera del tutto generale che lo stato di stress interno ad un fluido viscoso è completamente definito dalle nove componenti τ_{ij} ($i = x, y, z$ e $j = x, y, z$) sopra individuate che risultano essere le componenti di un'entità nota come *tensore del secondo ordine* τ . Quindi τ è il tensore degli sforzi viscosi.

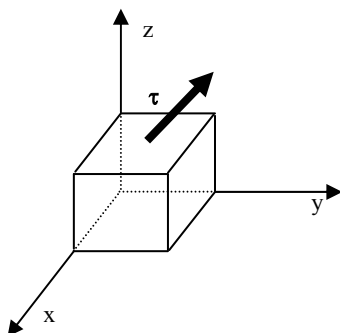


Fig.1.9: sforzo agente su una faccia di una particella cubica di fluido viscoso.

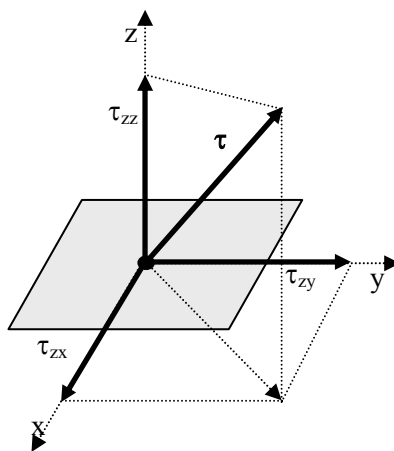


Fig.1.10: decomposizione dello sforzo su una superficie nelle relative componenti cartesiane.

Analizziamo ora alcune proprietà del tensore degli sforzi. In primo luogo è consuetudine in Fluidodinamica evitare di indicare esplicitamente gli assi coordinati: in pratica la componente x sarà indicata col pedice 1, la y col pedice 2 e la z col pedice 3. Pertanto le generiche componenti del tensore degli sforzi viscosi saranno indicate genericamente come τ_{ij} , $i, j = 1, 2, 3$. Oltre a ciò, tale tensore può essere completamente rappresentato da una matrice del tipo:

$$\tau = \begin{bmatrix} \tau_{11} & \tau_{12} & \tau_{13} \\ \tau_{21} & \tau_{22} & \tau_{23} \\ \tau_{31} & \tau_{32} & \tau_{33} \end{bmatrix} \quad [1.48]$$

Un'altra proprietà dello sforzo è che la somma dei tre elementi diagonali della matrice che lo rappresenta è una quantità scalare invariante rispetto ad ogni rotazione degli assi. Ovviamente ci

si aspetta che tale somma abbia un significato fisico; in effetti si può vedere che tale somma è legata alla pressione presente nel fluido in quel punto, dalla relazione:

$$p = -(\tau_{11} + \tau_{22} + \tau_{33})/3 \quad [1.49]$$

Un'altra interessante e utile proprietà del tensore degli sforzi è la sua simmetria ($\tau_{ik} = \tau_{ki}$) per ogni valore di i e da k e ciò comporta che delle 9 componenti del tensore solo 6 siano indipendenti. Quando il fluido è in equilibrio e a riposo, lo sforzo si riduce alla sola pressione che ubbidisce esclusivamente alle leggi della termodinamica. Viceversa, quando il fluido è in movimento, la distribuzione spaziale (cioè il *campo*) di sforzo non è più rappresentato dalla sola pressione, anche se normalmente essa risulta essere la componente preponderante.

Lo sforzo viscoso nel fluido comporta la deformazione del fluido stesso la cui manifestazione macroscopica è la variazione locale del campo di velocità. Per una migliore comprensione, si consideri un esempio bidimensionale di moto orizzontale con velocità in direzione x variabile linearmente con l'altezza (parte sinistra di Fig 1.11). Come indicato in figura, ad ogni quota il campo di velocità può essere *decomposto* in tre parti distinte (tre campi) e la somma vettoriale dei tre campi ad ogni quota è evidentemente uguale al campo di velocità originale. La *prima componente* è in una velocità uniforme, normalmente chiamata *campo di traslazione*. Il suo effetto su un volume di controllo è quello di traslarlo rigidamente nella direzione del moto, senza produrre alcun cambiamento nella sua forma, orientazione e volume. Il secondo campo è una *rotazione rigida* del volume di fluido; in questo caso la particella mantiene il proprio volume e la forma originaria, tuttavia cambia il proprio orientamento nello spazio. Il terzo campo è una *pura deformazione* e consiste nello stiramento in una direzione (*stretching*) e nella compressione (*squeezing*) lungo la direzione mutuamente perpendicolare. Esiste normalmente anche un altro campo in cui si dovrebbe decomporre il campo originale di velocità (assente, però, in Fig.1.11) ed è un'espansione a tasso costante in tutte le direzioni, normalmente nota come *divergenza*. Quindi il moto di un fluido può sempre essere visto come la *sovrapposizione* di una traslazione rigida (che non ne cambia né la forma né il volume), di una rotazione attorno ad un asse definito (che non cambia né forma né volume), di una deformazione (che ne cambia la forma) e di una espansione (che ne cambia il volume).

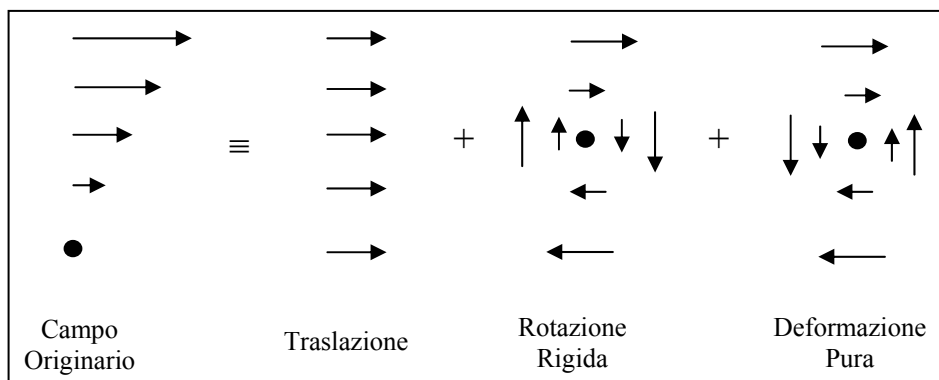


Fig.1.11: decomposizione schematica di un semplice campo di velocità in campi elementari (Blackadar,1997).

Sviluppiamo, ora, analiticamente il caso bidimensionale. In questo caso il moto del fluido è orizzontale e quindi in un arbitrario punto $P_0(x_0, y_0)$ la sua velocità è $\mathbf{u}(x_0, y_0)$. Per uno spostamento vettoriale $\delta \mathbf{x} = (\delta x, \delta y)$ la velocità del fluido varierà e sarà pari a $\mathbf{u}(x_0 + \delta x, y_0 + \delta y) = \mathbf{u}(x_0, y_0) + \delta \mathbf{u}$. Per ottenere $\delta \mathbf{u}$, sviluppiamo in serie di Taylor la velocità \mathbf{u} ricordando che lo spostamento $\delta \mathbf{x}$ è piccolo:

$$\begin{aligned}
u_x(x_0 + \delta x, y_0 + \delta y) &= u_x(x_0, y_0) + \delta x \cdot \frac{\partial u_x}{\partial x} + \delta y \cdot \frac{\partial u_x}{\partial y} + O(\delta x^2, \delta y^2) \\
u_y(x_0 + \delta x, y_0 + \delta y) &= u_y(x_0, y_0) + \delta x \cdot \frac{\partial u_y}{\partial x} + \delta y \cdot \frac{\partial u_y}{\partial y} + O(\delta x^2, \delta y^2)
\end{aligned}
\tag{1.50a}$$

Per far emergere il fatto che il moto risulta scomponibile nella traslazione pura, nella rotazione rigida, nella deformazione e nella divergenza, alla prima delle relazioni (1.50a) aggiungiamo e togliamo le quantità:

$$\frac{\delta x}{2} \cdot \frac{\partial u_y}{\partial y} \quad \text{e} \quad \frac{\delta y}{2} \cdot \frac{\partial u_y}{\partial x}$$

ed alla seconda le quantità:

$$\frac{\delta x}{2} \cdot \frac{\partial u_x}{\partial y} \quad \text{e} \quad \frac{\delta y}{2} \cdot \frac{\partial u_x}{\partial x}$$

ottenendo (sono stati trascurati i termini di ordine superiore):

$$\begin{aligned}
u_x(x_0 + \delta x, y_0 + \delta y) &= u_x(x_0, y_0) + \frac{\delta x}{2} D + \frac{\delta x}{2} T + \frac{\delta y}{2} H - \frac{\delta y}{2} \zeta \\
u_y(x_0 + \delta x, y_0 + \delta y) &= u_y(x_0, y_0) + \frac{\delta y}{2} D - \frac{\delta y}{2} T + \frac{\delta x}{2} H + \frac{\delta x}{2} \zeta
\end{aligned}
\tag{1.50b}$$

dove, oltre alla traslazione pura rappresentata da $\mathbf{u}(x_0, y_0)$ sono presenti anche le componenti elementari del moto:

- la divergenza orizzontale, che è responsabile della dilatazione uniforme del volume della particella e che è data da:

$$D = \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y}$$

- la componente verticale della vorticità, che rappresenta una rotazione rigida della particella senza mutamento nel suo volume e che è data da:

$$\zeta = \frac{\partial u_y}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial y}$$

- la deformazione di shearing (taglio) che rappresenta una deformazione di taglio del volume della particella e che è data da:

$$H = \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x}$$

- la deformazione per allungamento (*stretching*) che rappresenta la deformazione del volume della particella consistente in un allungamento disomogeneo nelle due dimensioni e che è dato da:

$$T = \frac{\partial u_x}{\partial x} - \frac{\partial u_y}{\partial y}$$

Ovviamente tutto quanto detto può essere esteso facilmente al caso tridimensionale. In questo caso la velocità u_i dopo uno spostamento δx_k sarà formalmente data da:

$$u_i(\delta x_k) = u_i(0) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} - \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right) \cdot \delta x_k + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right) \cdot \delta x_k \tag{1.51a}$$

dove il primo termine della parte destra rappresenta la pura traslazione, il secondo la pura rota-

zione ed il terzo l'effetto combinato di divergenza e deformazione. Questa relazione è stata scritta in una *notazione sintetica tensoriale* e si rimanda all'Appendice A per i dettagli. In particolare, se si considera la componente x ($i = 1$) della velocità e la direzione z ($i = 3$) lungo cui si considera lo spostamento, la (1.50a) diventa:

$$u(\delta z) = u(0) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) \cdot \delta z + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \cdot \delta z \quad [1.51b]$$

Pure in questa relazione, anche se con maggior difficoltà, sono individuabili le componenti principali del moto sopra elencate. Tra di esse, la componente più interessante è quella della rotazione rigida. Mentre in un moto puramente orizzontale era presente solo un movimento di pura rotazione attorno all'asse verticale, in un moto generico sono presenti tutte e tre le componenti della rotazione (vorticità). Senza entrare nei dettagli, la *vorticità* è un vettore che è dato, in notazione vettoriale, da $\boldsymbol{\zeta} = \nabla \times \mathbf{u}$ (col simbolo \mathbf{x} si è indicato il prodotto vettoriale). Quindi, le tre componenti cartesiane sono:

$$\begin{aligned} \zeta_x &= \frac{\partial u_z}{\partial y} - \frac{\partial u_y}{\partial z} \\ \zeta_y &= \frac{\partial u_x}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial x} \\ \zeta_z &= \frac{\partial u_y}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial y} \end{aligned} \quad [1.51c]$$

Rimandando a Blackadar (1997) per ulteriori dettagli, il *tensore degli sforzi viscosi* agente sulla particella è proporzionale, attraverso la viscosità dinamica, alle deformazioni subite dalla particella durante il moto ed è dato dalla relazione:

$$\tau_{ik} = \mu \left[\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \cdot \frac{\partial u_j}{\partial x_j} \delta_{ik} \right] \quad [1.52a]$$

in cui l'operatore δ_{ik} è pari a 1 se $i = k$ e a 0 altrimenti. Anche questa relazione è scritta in notazione tensoriale e la sua interpretazione non è immediata. Pur rimandando alla citata Appendice A per i dettagli, consideriamo due casi particolari:

- lo sforzo τ_{zx} , cioè la componente verticale dello sforzo viscoso nella direzione x si riduce alla relazione seguente:

$$\tau_{zx} = \mu \cdot \left[\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right] \quad [1.52b]$$

- lo sforzo τ_{xx} , cioè la componente lungo x dello sforzo viscoso nella direzione x , si riduce invece a:

$$\tau_{xx} = \mu \cdot \left[2 \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right] \quad [1.52c]$$

Il tensore degli sforzi viscosi rappresenta quindi la causa della deformazione subita dal volume di controllo ed è direttamente proporzionale alla viscosità propria del fluido. Un altro effetto importante dovuto alla viscosità è la dissipazione di energia cinetica durante il moto del fluido, che viene costantemente convertita in calore. Perciò, per mantenere il moto, è necessario fornire continuamente energia al fluido oppure ci deve essere una conversione di energia potenziale, presente sotto forma di gradienti di pressione e densità.

Ricaviamo ora la forza viscosa per unità di volume dovuta ad uno *shear* verticale che produce

uno stress di taglio in direzione x . Per fare ciò si consideri il volume di controllo di Fig.1.12.

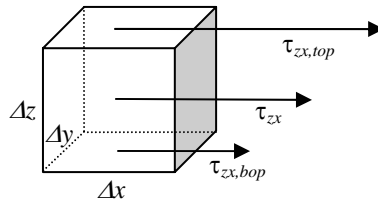


Fig.1.12: esempio di shearing stress in direzione x su un volume di controllo di aria

La forza viscosa netta sul volume di controllo risulta pari allo stress applicato alla faccia superiore dello stesso meno quello applicato alla faccia inferiore, moltiplicato per l'area su cui lo stress agisce. Se τ_{zx} è lo stress al centro del volume e se $\partial\tau_{zx}/\partial z$ è il suo gradiente verticale, gli stress sulla faccia superiore ed inferiore saranno rispettivamente:

$$\tau_{zx,top} = \tau_{zx} + \frac{\Delta z}{2} \cdot \frac{\partial\tau_{zx}}{\partial z} \quad \tau_{zx,bot} = \tau_{zx} - \frac{\Delta z}{2} \cdot \frac{\partial\tau_{zx}}{\partial z} \quad [1.53a]$$

Sottraendo lo stress sulla faccia inferiore da quello sulla faccia superiore, moltiplicando per l'area di applicazione e dividendo per la massa M_V del volume di controllo ($M_V = \rho \cdot \Delta x \Delta y \Delta z$) si ottiene la forza netta per unità di massa in direzione x dovuta ad uno shear di velocità in direzione z :

$$F_{v,zx} = \frac{(\tau_{zx,top} - \tau_{zx,bot}) \cdot \Delta x \Delta y}{\rho \cdot \Delta x \Delta y \Delta z} = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial\tau_{zx}}{\partial z} \quad [1.53b]$$

che, sulla base della (1.47a), diventa:

$$F_{v,zx} = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial z} \right) \cong \nu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad [1.53c]$$

Fin qui si è considerato lo stress nella direzione x derivante dalla variazione verticale della componente u del vento. Ragionamenti analoghi possono essere fatti per una variazione di u nelle direzioni x e y ed anche per le analoghe variazioni delle altre componenti cartesiane del vento. Il risultato complessivo è che, a causa degli sforzi viscosi, sul volume di controllo si verrà ad applicare una forza le cui tre componenti cartesiane sono:

$$\begin{aligned} F_{v,x} &= \nu \cdot \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right] \\ F_{v,y} &= \nu \cdot \left[\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right] \\ F_{v,z} &= \nu \cdot \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right] \end{aligned} \quad [1.54a]$$

in notazione cartesiana che, in notazione tensoriale, si riducono a:

$$F_{v,i} = \nu \cdot \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} \quad [1.54b]$$

Esercizio 1.5

Si consideri una situazione ad alta quota. In particolare si abbia che:

$$1) \text{ a } z_1=1000 \text{ m, } u_1=10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

- 2) a $z_2=1250$ m, $u_2=14$ m·s⁻¹
 3) a $z_3=1500$ m, $u_3=20$ m·s⁻¹

e a z_2 la temperatura sia $T = 280$ K e la densità dell'aria $\rho = 1.085$ kg·m⁻³. A questa quota e a questa temperatura $\mu = 1.753 \cdot 10^{-5}$ kg·m⁻¹s⁻¹ e quindi $\nu = 1.615 \cdot 10^{-5}$ m²s⁻¹. Per applicare la (1.53b) è necessaria una sua approssimazione discreta che può essere così espressa:

$$F_{V,zx} \cong \nu \cdot \frac{1}{(z_3 - z_1)/2} \cdot \left[\frac{u_3 - u_2}{z_3 - z_2} - \frac{u_2 - u_1}{z_2 - z_1} \right]$$

Una volta introdotti i valori numerici noti, si giunge al risultato:

$$F_{V,zx} \cong 1.615 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{1}{250} \cdot \left[\frac{20 - 14}{250} - \frac{14 - 10}{250} \right] = 5.17 \cdot 10^{-10} \text{ ms}^{-2}$$

Il risultato ottenuto indica che la forza specifica dovuta agli stress viscosi nella parte alta del *PBL* è molto piccola e, come si vedrà, trascurabile rispetto ad altri termini di sorgente.

Esercizio 1.6

Si consideri una situazione analoga alla precedente, ma nella parte di troposfera prossima al suolo in cui si ha:

- 1) a $z_1=0$ m, $u_1=0.0$ m·s⁻¹
 2) a $z_2=0.05$ m, $u_2=0.4$ m·s⁻¹
 3) a $z_3=0.1$ m, $u_3=1.0$ m·s⁻¹

Si consideri poi che a z_2 $T = 288$ K, $\rho = 1.225$ kg·m⁻³, $\mu = 1.792 \cdot 10^{-5}$ kg·m⁻¹s⁻¹, $\nu = 1.463 \cdot 10^{-5}$ m²s⁻¹ e la versione discretizzata dalla (1.53b) diventa:

$$F_{V,zx} \cong 1.463 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{1}{0.05} \cdot \left[\frac{1.0 - 0.4}{0.05} - \frac{0.4 - 0}{0.05} \right] = 1.17 \cdot 10^{-3} \text{ ms}^{-2}$$

che non è trascurabile. Va però posta attenzione al fatto che in questo esempio è stata considerata una piccola porzione di atmosfera dello spessore di 0.1 m nelle immediate vicinanze del suolo. Appena ci si allontana dall'interfaccia aria-suolo l'importanza degli sforzi viscosi diminuisce rapidamente.

Prima di proseguire è interessante notare come un valore tipico per il *PBL* di *shear* del vento sia dell'ordine di 0.5 s⁻¹. Se, per semplificare la valutazione, si prende a riferimento la (1.47a), risulta che τ/ρ (*sforzo in forma cinematica*) è circa $7.3 \cdot 10^{-6}$ m²s⁻², valore molto piccolo e trascurabile rispetto agli altri tipi di sforzo presenti nel *PBL*. Pertanto la situazione reale del *PBL* sarà decisamente più complessa di quella tipica di un fluido viscoso Newtoniano in moto laminare.

1.2.3 IL MOTO TURBOLENTO

Il moto di un fluido viscoso può essere classificato come *moto laminare* o *moto turbolento*.

Un moto laminare è un moto ordinato in cui gli strati adiacenti di fluido scorrono gli uni sugli altri con un piccolo rimescolamento e con un trasferimento reciproco di proprietà esclusivamente a scala molecolare. In un moto laminare i vari campi associati al fluido (velocità, temperatura e concentrazione) sono altamente regolari e variabili solo gradualmente nello spazio e nel tempo. E tutto ciò non sta tra le evidenze sperimentali del *PBL*, almeno nella sua parte più vicina al suolo. Un aspetto interessante nel moto laminare di un fluido viscoso è il suo comportamento in

prossimità di un confine rigido (*Fig.1.13*). In questo caso l'analisi del profilo di velocità del fluido evidenzia come la *no-slip condition* faccia sì che il profilo di velocità sia nullo alla superficie ed aumenti fino a raggiungere un *valore di equilibrio* lontano dalla superficie stessa. Si può quindi individuare uno strato di spessore h in cui è presente un *disturbo* al moto del fluido, determinato dalla presenza della superficie rigida e dalla sua interazione col fluido viscoso, disturbo costituito dal gradiente verticale di velocità che diminuisce progressivamente allontanandosi dalla superficie. La presenza di questo strato, che è un'evidenza sperimentale in tutti i fluidi reali (in movimento a velocità estremamente basse), fu inizialmente ipotizzata da Prandtl nel 1905 e lo spessore h così individuato viene comunemente detto *Strato Limite* (*Boundary Layer*).

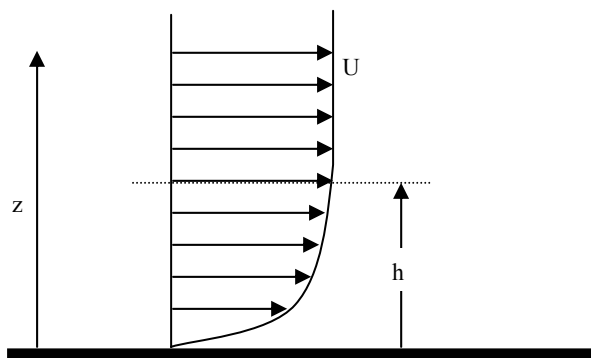


Fig. 1.13: moto di un fluido viscoso su una superficie e sviluppo di uno strato limite.

La situazione ideale di *Fig.1.13* è quasi sempre lontana dalla realtà dei fluidi reali e può essere riprodotta in laboratorio solo con fluidi ad elevatissima viscosità, in un moto estremamente lento e che transitano su superfici molto lisce.

L'evidenza sperimentale è invece che quando le superfici sono rugose (come lo sono le superfici naturali su cui scorrono le masse d'aria), la velocità di traslazione del fluido considerevole e la viscosità bassa, il moto cambia drasticamente d'aspetto e si presenta altamente disordinato ed irregolare sia nello spazio che nel tempo. Ci troviamo, quindi, di fronte a ciò che è normalmente indicato come *moto turbolento*. Per meglio comprendere ciò, conviene rifarsi agli studi di Osborne Reynolds, prendendo a riferimento la situazione sperimentale di *Fig. 1.8* e di *Fig.1.13*. Si supponga di realizzare in laboratorio una situazione come quella descritta (un fluido che scorre parallelamente ad una superficie piana rigida, in cui sia evidente la presenza di un *Boundary Layer* di spessore h e che sia caratterizzato da una velocità U lontano dalla frontiera rigida). Si supponga, inoltre, di poter variare a volontà U . Prima di condurre l'esperimento conviene individuare uno o più parametri che lo possano descrivere, anche se sinteticamente. Sicuramente un parametro è la velocità U , tuttavia per poter descrivere anche la natura fisica della frontiera rigida (per esempio la rugosità) e soprattutto il suo effetto sul moto del fluido risulta spontaneo considerare anche h come un parametro di interesse. Ovviamente si avranno tanti comportamenti diversi del fluido (in particolare tanti profili di velocità diversi) quanti saranno i tipi di fluido considerati e quindi è necessario tenere in considerazione in qualche modo anche la natura fisico-chimica del fluido stesso. Tra le tante possibilità, la viscosità cinematica ν parrebbe essere un buon candidato. Effettivamente questi sono anche i parametri che Reynolds prese in considerazione nei suoi storici esperimenti. In particolare, invece di considerarli separatamente, Reynolds costruì con essi un *indicatore sintetico adimensionale* noto, come *numero di Reynolds* e definito come:

$$Re = Uh/\nu \quad [1.55]$$

Questo indice, anche se sintetico, descrive compiutamente il tipo di fluido considerato (attraverso la presenza della viscosità cinematica), il tipo di moto (attraverso la velocità) e le caratteristi-

che della frontiera rigida (attraverso lo spessore del Boundary Layer).

Si inizi l'esperimento e si aumenti gradualmente U a partire da $U = 0$. Una volta realizzato un piccolo incremento di U , se ne registri il valore, si individui h e si calcoli il valore relativo di Re . L'esperimento evidenzierà la situazione seguente:

- a bassi valori di Re (inferiori a circa 10^3), cioè a bassi valori di U , il moto del fluido permarrà regolare (cioè laminare) ovunque;
- all'aumentare di U , e quindi di Re , il moto permarrà laminare (regolare) finché Re non supera un valore critico, variabile a seconda di molti fattori come la rugosità della frontiera rigida, la geometria della stessa, ecc., ma comunque dell'ordine di 10^3 . A questo punto si inizieranno a vedere i primi sintomi di cambiamento nel moto del fluido. Infatti, (Tennekes e Lumley, 1972) il moto laminare del fluido, costituito originariamente da un lento scorrimento regolare di *lamine* piane di fluido le une sulle altre, progressivamente presenta instabilità *bidimensionali*, che si possono manifestare con ondeggiamenti verticali che evolvono con l'aumentare di Re fino a diventare *tridimensionali*. A questo punto, il moto del fluido, ancora sostanzialmente ordinato, comincia ad evidenziare *disturbi intensi e localizzati* di tipo tridimensionale che si presentano in modo apparentemente casuale nello spazio e nel tempo.
- con l'aumentare di Re , questi disturbi tridimensionali *casuali* aumentano di numero, di frequenza e d'intensità, si mischiano tra loro, si rompono, fino a coinvolgere tutto il fluido presente nel *Boundary Layer*. A questo punto il moto del fluido è ben lontano dal suo stato originale: infatti si individua ancora un moto di traslazione che ricorda un movimento laminare cui però si vanno a sovrapporre perturbazioni più o meno intense a seconda del valore di Re e della distanza dalla frontiera rigida, perturbazioni apparentemente senza senso e quindi descrivibili come perturbazioni completamente casuali. Entro il *Boundary Layer* si viene ad instaurare quindi un tipo di moto sostanzialmente disordinato e caotico (*casuale*) a cui si dà il nome di *moto turbolento*.

Ancora più sorprendente è un'altra evidenza sperimentale. Immaginiamo di condurre l'insieme degli esperimenti descritti in precedenza in differenti laboratori dotati, ciascuno, della medesima struttura sperimentale e di misura. Si immagini inoltre di verificare con estrema attenzione che le attrezzature sperimentali siano identiche, ovviamente nell'ambito delle possibilità di misura. Si conducano i vari esperimenti in maniera identica e si raccolgano tutti i dati ottenuti. Se si prende a riferimento un esperimento condotto a basso Re , in cui il moto del fluido restava laminare, i risultati raccolti dai vari laboratori coincideranno. Se, invece, si prende a riferimento un esperimento in cui il moto del fluido ha raggiunto la turbolenza, lo si realizza in laboratori virtualmente uguali e si registrano i dati ottenuti dopo l'inevitabile transitorio iniziale, si noterà che i campi di velocità (e non solo) che caratterizzano il moto del fluido saranno *certamente* diversi, anche se le condizioni iniziali erano *virtualmente* identiche. Siamo di fronte ad un fenomeno che si comporta in maniera totalmente deterministica in alcuni casi ed in maniera stocastica in altri? La risposta parrebbe sì, anche se sappiamo che il fluido *deve* rispettare le leggi della fluidodinamica che sono rigidamente deterministiche. In realtà, visto che non è possibile assicurare un livello assoluto di precisione sia negli apparati sperimentali che nella strumentazione di misura, le condizioni iniziali ed al contorno saranno di pochissimo differenti. Dobbiamo, quindi concludere che le perturbazioni sulle condizioni iniziali ed al contorno, pure infinitesime, praticamente non influenzano il moto del fluido a bassi Re , mentre lo influenzano drammaticamente ad alti. Questo aspetto, tipico anche di altri sistemi dinamici non lineari, è sicuramente l'espressione tipica di un sistema *caotico*.

Ciò che è stato evidenziato in questo esperimento ideale (che comunque può essere realizzato realmente con una certa facilità) ha riscontri oggettivi nel moto di tutti i fluidi di interesse ingegneristico (flusso di liquidi e gas in condotti) e di interesse geofisico (oceani e atmosfera). Come evidenziato da Tennekes e Lumley (1972) e da Monin e Yaglom (1971a), è difficile dare

una definizione precisa della turbolenza. E' possibile però indicarne alcune proprietà generali:

- l'irregolarità: la caratteristica più evidente della presenza di turbolenza nel moto di un fluido è l'irregolarità che caratterizza il campo delle principali variabili che ne descrivono il moto. Queste irregolarità hanno le caratteristiche proprie di un *fenomeno stocastico* e suggeriscono che un metodo di indagine possibile potrebbe essere proprio quello statistico.
- la diffusività: le irregolarità caratteristiche di un moto turbolento determinano un *rapido rimiscelamento* di porzioni di fluido con caratteristiche chimiche e fisiche differenti e quindi un incremento del tasso di trasferimento di massa, quantità di moto e calore.
- l'alto numero di Reynolds: la turbolenza nel moto di un fluido si instaura solo ad elevati valori di Re . Come qualitativamente spiegato in Monin e Yaglom (1971a), il numeratore della (1.55) rappresenta le *forzanti inerziali*, cioè quelle forzanti del moto che dipendono dal gradiente di velocità, mentre il denominatore risulta proporzionale alle forze viscosse. Mentre le forzanti inerziali agiscono nel senso di destabilizzare il moto del fluido, la forzante viscosa ha un effetto regolarizzante. Alti valori di Re stanno a significare che l'azione destabilizzante delle forzanti inerziali prevale sull'effetto regolarizzante dei termini viscosi.
- la sua tridimensionalità: Tennekes e Lumley (1972) evidenziano come nel moto dei principali fluidi geofisici siano spesso evidenti *perturbazioni bidimensionali* non turbolenti (onde di gravità, onde orografiche, ecc.). Tuttavia, l'impronta della turbolenza è data solo dalla presenza di strutture irregolari *tridimensionali* che ne costituiscono l'elemento distintivo.
- è un fenomeno dissipativo: i flussi turbolenti sono sempre dissipativi dato che gli sforzi viscosi compiono lavoro di deformazione che aumenta l'energia interna del fluido a spese dell'energia cinetica posseduta dal fluido stesso. Quindi, perché permanga, la turbolenza richiede una continua somministrazione di energia esterna per compensare le perdite dovute all'azione degli sforzi viscosi. Se cessa tale apporto energetico, la turbolenza decade rapidamente. Come vedremo, la sorgente di energia esterna privilegiata per mantenere la turbolenza nel *PBL* è il sole che riscalda l'interfaccia aria-suolo, il quale, a sua volta, restituisce energia all'aria immediatamente sovrastante.
- è un fenomeno continuo: la turbolenza non è un fenomeno di tipo microscopico, ma macroscopico ed è quindi governato dalle leggi della Meccanica dei Fluidi. Questa affermazione potrebbe sembrare una contraddizione con la prima caratteristica elencata, tuttavia così non è. Come sarà più chiaro nel seguito, è effettivamente possibile presentare un apparato teorico che descrive il moto turbolento di un fluido basato sulle leggi della Meccanica dei Fluidi, tuttavia la presenza di non linearità in tali leggi, concentrate prevalentemente nella descrizione delle forzanti inerziali, da un lato spiega l'apparente casualità del moto turbolento (la sua *caoticità*) e dall'altro evidenzia come un tale costrutto teorico non sia in grado di produrre un *modello* praticamente utilizzabile. Pertanto il trattare la turbolenza come un fenomeno più o meno stocastico, più che una necessità teorica, è il risultato della *disperazione* nel trattare nella pratica moti di questo genere.

Per quanto riguarda il *PBL*, considerando la *Fig.1.6*, si può individuare in 10^3 m la sua estensione tipica. Con valori tipici di velocità del vento di $5 \div 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, Re vale circa $10^8 \div 10^9$, valore estremamente elevato che dovrebbe comportare un moto delle masse d'aria nel *PBL* di tipo turbolento, cosa confermata dalle osservazioni sperimentali. Un esempio significativo della turbolenza nel *PBL* è la *Fig.1.14* in cui è presentata l'evoluzione temporale delle tre componenti del vento rilevate a 10 m dal suolo con uno strumento a bassa inerzia. Ciò che incuriosisce immediatamente è *l'estrema irregolarità dei segnali meteorologici*, non dovuta a disturbi derivanti dall'apparato di misura, ma propria dell'aria del *PBL*. Le irregolarità si riscontrano su tutte le componenti del vento e ciò è un'impronta inequivocabile della tridimensionalità di un fenomeno turbolento. In quanto turbolento, il *PBL* non presenta, in condizioni nominalmente stazionarie,

un campo di velocità veramente costante nel tempo, ma piuttosto un andamento irregolare, anche se non completamente casuale. La varietà di fluttuazioni di differenti periodi e ampiezze osservate nei tre andamenti di *Fig.1.14* illustrano la complicata struttura della turbolenza che è la responsabile dell'elevata capacità da parte di un fluido turbolento di trasferire quantità di moto e calore, di rimescolare specie chimiche differenti e di propagare reazioni chimiche (in particolare la combustione).

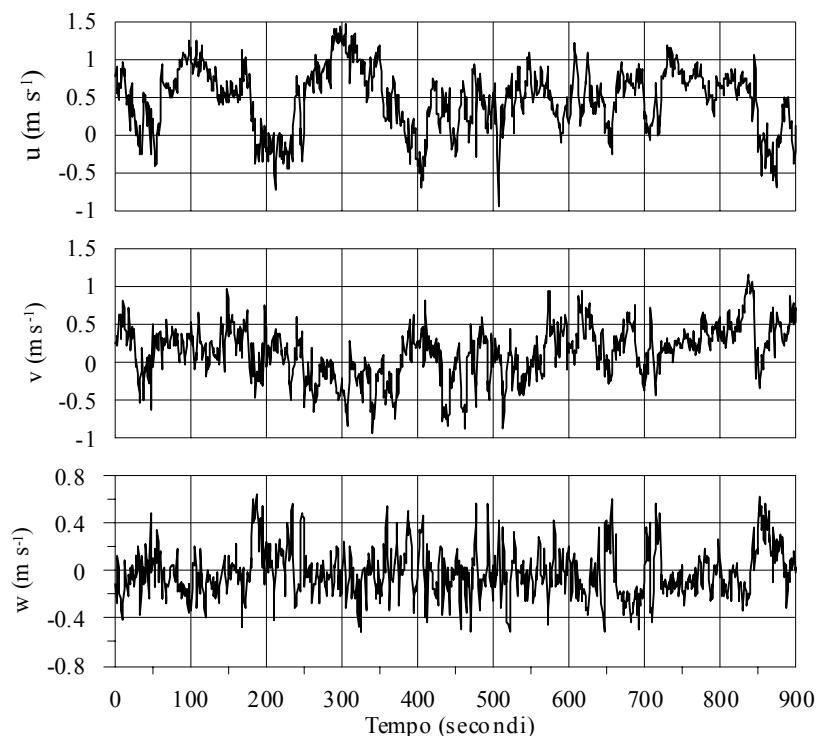


Fig. 1.14: andamento temporale delle tre componenti del vento

Da un punto di vista puramente teorico, il moto turbolento di un fluido reale come l'atmosfera è un esempio di un sistema meccanico non lineare con un enorme numero di gradi di libertà, che non consentono di giungere ad una definizione consistente del fenomeno. Spesso viene naturale pensare che tale complesso comportamento del fluido, nella realtà, sia il risultato della sovrapposizione di moti disordinati e difficilmente prevedibili ad un moto sostanzialmente regolare e prevedibile. Questa è in pratica l'ipotesi di Reynolds che, come si vedrà, *separa il moto in due componenti profondamente differenti*: un andamento medio, regolare e prevedibile (*valore medio*), sostanzialmente deterministico, e le fluttuazioni altamente irregolari e totalmente imprevedibili, praticamente di natura stocastica (*fluttuazioni turbolente*). A prima vista il termine fluttuante potrebbe sembrare completamente casuale, tuttavia ad un esame più attento, esso suggerisce la presenza di una qualche forma di regolarità. La ricerca micrometeorologica ha cercato spiegazioni di questo fatto ed ha tentato, con successo, di usare proprio questo apparente *rumore* per trarre informazioni preziose sullo stato e sull'estensione verticale del *PBL*.

1.3 LA FENOMENOLOGIA TIPICA DEL PBL

Da quanto visto si può affermare che l'aria del *PBL* è un fluido viscoso in moto turbolento che scorre sopra una frontiera rigida e rugosa (il suolo), la cui velocità media decresce quanto più ci si avvicina al suolo, fino ad annullarsi in corrispondenza di questa barriera rigida, rispettando la *no-slip condition*. Nella velocità dell'aria si produce quindi un gradiente (*shear* del vento), tanto più marcato quanto minore è la distanza dal suolo. Oltre a ciò, il moto dell'aria è altamente tur-

bolento, tranne in un piccolo strato d'aria, a diretto contatto col suolo ed estremamente sottile (dell'ordine di v/U), in cui il moto del fluido è sostanzialmente laminare.

Nella maggior parte del *PBL* la turbolenza è presente in forma più o meno accentuata, con strutture più o meno irregolari e tridimensionali, che vengono normalmente indicate col termine *vortici (eddy)*, originate dall'interazione tra il suolo e l'atmosfera e che si propagano prevalentemente verso l'alto. Questa turbolenza è di *tipo meccanico* dato che non dipende dalla stratificazione termica dell'atmosfera. Esiste anche un altro tipo di turbolenza, la *turbolenza convettiva* che trae origine proprio dall'immissione di energia termica nel *PBL* in corrispondenza dell'interfaccia aria-suolo. Mentre la turbolenza meccanica è sempre presente in un fluido in movimento, la turbolenza convettiva si manifesta solo quando nel sistema viene immessa energia termica e quindi, nel caso del *PBL*, solo nelle ore diurne e soleggiate.

L'osservazione del *PBL* ha evidenziato che le situazioni diurne, caratterizzate da un forte soleggiamento, differiscono profondamente da quelle notturne, anche se in entrambe è presente la turbolenza. Nel presentare la fenomenologia tipica del *PBL* separeremo nettamente questi due casi che rappresentano di fatto due regimi completamente differenti: ciò fa del *PBL* un esempio unico nel panorama del moto dei fluidi di interesse geofisico. Il primo caso (moto in situazioni con soleggiamento rilevante) prende normalmente il nome di *situazione convettiva*, mentre il secondo caso viene normalmente indicato come *situazione stabile*. Il *PBL*, nel primo caso viene frequentemente indicato come *CBL (Convective Boundary Layer)*, mentre nel secondo caso si usa frequentemente la denominazione *SBL (Stable Boundary Layer)*. Va sottolineato poi che la fenomenologia che si presenterà sarà quella tipica caratteristica delle località prive di orografia e lontane dal mare, con suolo morfologicamente omogeneo e si ipotizzerà che siano assenti fenomeni meteorologici violenti come temporali, tempeste, ecc.

1.3.1 IL *PBL* CONVETTIVO

Dal punto di vista geometrico, il *PBL* è in una situazione del tutto simile ad altri fluidi confinati da una frontiera rigida, come l'oceano per esempio. Ciò che rende, però, il *PBL* unico nelle situazioni convettive è che su di esso agisce una *fonte di calore ciclica*. Per comprendere ciò è necessario ricordare (*Fig. 1.15*) che per la superficie terrestre, alle medie e basse latitudini, il sole è una presenza diurna costante con un suo ciclo giornaliero e stagionale.

Senza entrare nel dettaglio (lo si farà in seguito), la radiazione elettromagnetica emessa dal sole attraversa l'atmosfera, perdendo solo una parte della propria energia originaria, e raggiunge il suolo dove subisce una riflessione più o meno rilevante a seconda del tipo di suolo. Su base annuale (Oke, 1987), circa il 25% di tutta la radiazione solare incidente viene riflessa dall'atmosfera, il 25% viene da essa assorbita, il 3% viene riflessa dalla superficie terrestre ed il 47% giunge all'interfaccia atmosfera-suolo e viene da esso assorbita. È il suolo, quindi, che riceve una quantità rilevante della radiazione solare e la restituisce all'aria sovrastante, realizzando questo trasferimento energetico. In effetti, l'*iniezione* di energia termica nel *PBL* si realizza all'interfaccia aria-suolo dove il suolo, riscaldato dal sole, trasferisce per conduzione una notevole quantità di energia nei primi millimetri di aria, come si è visto all'*Esempio 1.1*. L'atmosfera si trova quindi nelle condizioni di una *enorme pentola* (generalmente animata da un moto di traslazione, circa parallelo al suolo) piena di aria posta al di sopra di una intensa fonte di calore.

All'interfaccia aria-suolo sono presenti due sorgenti di turbolenza completamente differenti. La prima è di *tipo meccanico*, comune a tutti i fluidi viscosi in movimento sopra una superficie rigida e rugosa, che dà luogo a *vortici* di dimensione relativamente limitata. La seconda è di *tipo convettivo* e quindi *di origine termica*, che dà origine a vortici (*thermals*) di dimensione decisamente maggiore sui cui agisce la forza di Archimede dovuta alla differenza di densità dell'aria contenuta nei vortici rispetto alla densità all'aria circostante. La loro forza motrice è quindi il

galleggiamento (*buoyancy*) e le loro dimensioni sono ben maggiori di quelle di origine meccanica, raggiungendo anche molte centinaia di metri.

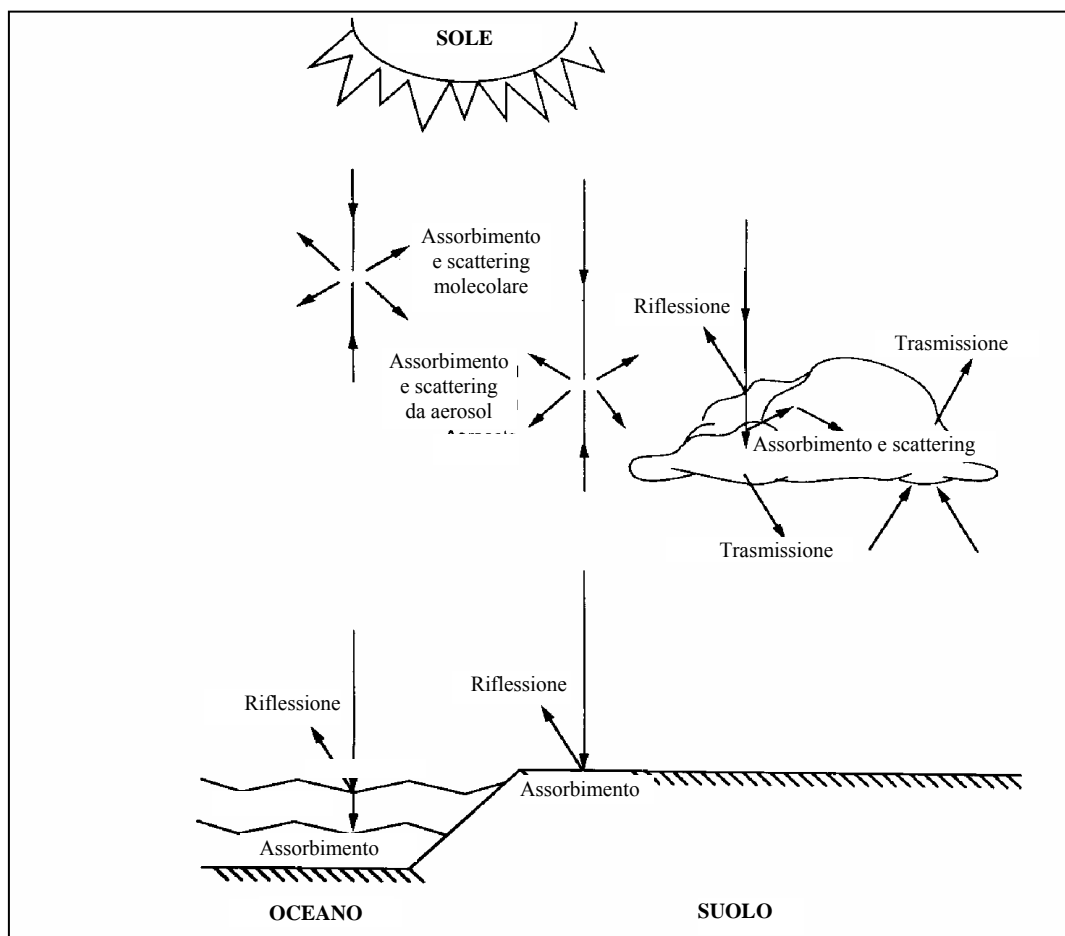


Fig. 1.15: il cammino e la destinazione della radiazione solare.

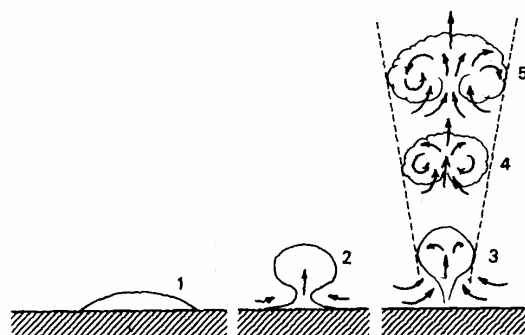


Fig. 1.16: modello semplificato dello sviluppo dei vortici convettivi (Oke, 1987).

Un possibile meccanismo di formazione e di evoluzione dei *thermals* è illustrato nella Fig. 1.16 (Oke, 1987). L'aria al di sopra di superfici particolarmente calde si riscalda in maniera prevalente, dando origine ad una *bolla* molto più calda dell'aria circostante. Tale bolla si presenta appiattita al suolo (*stadio 1* in Fig. 1.16) e con un'instabilità interna che non si manifesta immediatamente, ma solo dopo che la bolla ha catturato sufficiente calore. A questo punto (*stadio 2* di Fig. 1.16) la bolla inizia a contrarsi e ad assumere una forma sempre più sferica fino a staccarsi

dal suolo ed innalzarsi nel *PBL*, mossa dalla forza di galleggiamento (*stadio 3* di Fig.1.16). La velocità di ascesa iniziale è elevata ma, durante la salita, la bolla inizia il processo di *inglobamento* (*entrainment*) di aria fredda circostante a temperatura inferiore che, da un lato, produce un aumento delle sue dimensioni e dall'altro un abbassamento della sua temperatura media e quindi della sua spinta di galleggiamento. La diminuzione della spinta di galleggiamento e l'aumento della resistenza aerodinamica dovuta all'incremento dimensionale fanno sì che la velocità di ascesa del *thermal* diminuisca progressivamente fino ad arrestarsi completamente. Lo spazio di troposfera interessato dai moti verticali dei *thermals* è proprio il *CBL*. Questo strato di atmosfera risente inevitabilmente del movimento ascendente (e poi discendente per la conservazione della massa) di *thermals* e, per questo, presenta caratteristiche di turbolenza ben differenti dalla porzione di troposfera sovrastante: per la prima volta nella nostra discussione il *PBL* riceve una definizione meno vaga.

La generazione di *thermals* ed il loro innalzamento entro il *PBL*, comporta che il *profilo verticale della temperatura potenziale media assuma una forma ben precisa* come quella di Fig.1.17, dove è presentato un tipico profilo verticale della temperatura potenziale media in un'ora diurna con buon soleggiamento. Come si nota chiaramente, sono distinguibili alcuni *strati tipici*.

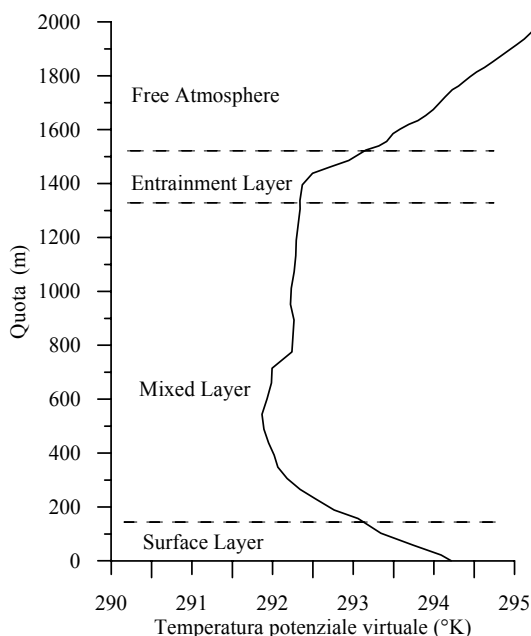


Fig. 1.17: tipico profilo verticale diurno della temperatura potenziale virtuale

Il primo strato, molto sottile, si estende dal suolo ad una quota di circa un centinaio di metri e prende il nome di *Strato Superficiale* (*Surface Layer, SL*). In esso la temperatura potenziale diminuisce con la quota, evidenziando uno stato di *instabilità statica*. È questo lo strato in cui si ha la formazione e la prima evoluzione delle strutture termiche coerenti ed in cui è concentrata la maggior parte degli effetti di *shear*. Ricordando quanto detto al *Punto 1.1.9.2*, in presenza di un gradiente negativo di temperatura potenziale, una particella d'aria (in questo caso un *thermal*) liberata nei pressi del suolo con una data velocità iniziale, abbandona la propria posizione iniziale acquisendo un moto ascensionale sempre più veloce. Questo strato rappresenta quindi una specie di *catapulta* per il flusso verso l'alto di particelle di aria e quindi di quantità di moto, di calore, di umidità e di inquinamento.

Sopra questo è presente un ulteriore strato caratterizzato da una temperatura potenziale praticamente costante, corrispondente ad una situazione di *adiabaticità statica* (gradiente di temperatura potenziale circa nullo). Tale strato prende il nome di *Strato Rimescolato* (*Mixed Layer, ML*). È questo lo strato in cui le strutture coerenti hanno il loro massimo sviluppo. Una particella che

raggiunge il *ML* provenendo dal *SL*, non incontra ostacoli al proprio moto ascensionale salvo la resistenza aerodinamica, visto che la stratificazione termica non altera significativamente la sua velocità ascensionale.

Al di sopra del *ML*, però, i vortici cominciano a perdere energia e contemporaneamente inizia un processo di inglobamento dell'aria proveniente dagli strati superiori che partecipa alla rapida dissoluzione dei vortici convettivi. Questo strato, normalmente indicato come *Strato di Entrainment (EL)*, è caratterizzato da un forte gradiente positivo di temperatura potenziale. Una particella di aria che lo raggiunge, dopo essere partita dal *SL* ed aver attraversato il *ML*, si ritrova in uno stato di *stabilità statica* che ne frena il moto fino ad arrestarla. A questo punto, la particella verrà inglobata in un vortice discendente, raggiungerà con esso il suolo e verrà nuovamente catapultata verso l'alto in un ciclo che avrà fine solo col venir meno dell'apporto di radiazione solare. A questo punto risulta più chiaro perché il *PBL* sia il luogo in cui è praticamente confinato l'inquinamento atmosferico e perché sia necessario studiare le caratteristiche del *PBL* per precederlo e comprenderlo. Infatti, un profilo di temperatura potenziale come quello di *Fig.1.17* evidenzia come il *PBL* sia una *trappola* per le particelle e i gas che, una volta emessi al suolo, hanno grande difficoltà a sfuggire.

Sopra il *PBL* la troposfera presenta i suoi tratti caratteristici con un incremento pressoché costante della temperatura potenziale (*Free Atmosphere*).

Per *PBL* si intende, quindi, l'insieme dello Strato Superficiale, dello Strato Rimescolato e di quello di Entrainment e spesso il profilo verticale della temperatura potenziale rilevato nelle ore a grande insolazione lo individua in maniera estremamente chiara. Alla quota z_i , corrispondente alla sua sommità, viene dato di altezza di rimescolamento dai modellisti della dispersione degli inquinanti in aria.

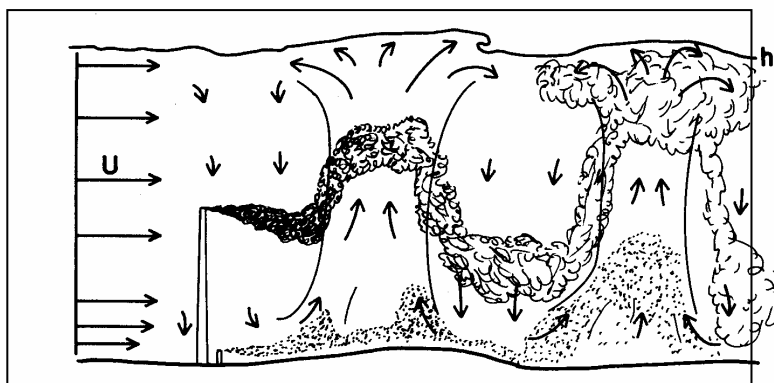


Fig. 1.18: comportamento dei pennacchi di fumo in un *PBL* convettivo (Briggs, 1988)

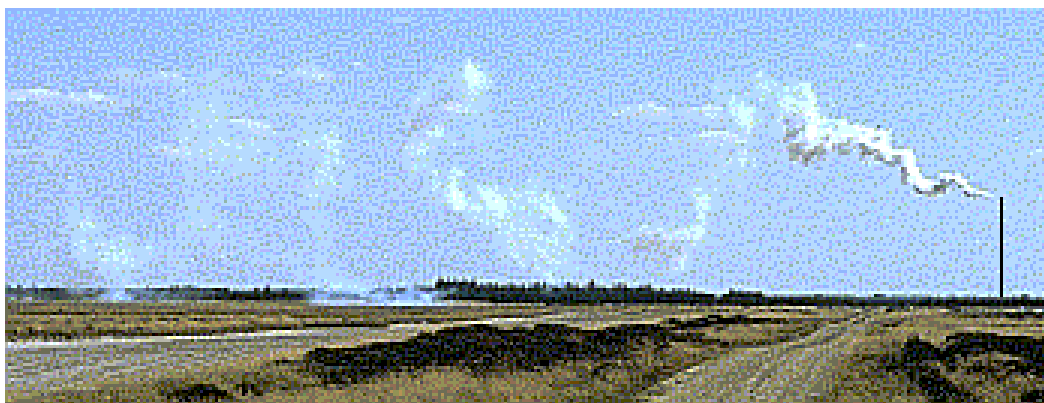


Fig. 1.19: looping di un pennacchio di fumo in situazioni convettive

I pennacchi di inquinanti emessi a varie quote entro il *PBL* sono in balia dei moti ascendenti e discendenti che si instaurano entro il *PBL* e, prima di disperdersi, presentano i tipici *ondeggiamenti* (*looping*) rappresentati in Fig.1.18. Che quanto rappresentato in figura rispecchi la realtà dei fatti è dimostrato nella fotografia riportata in Fig.1.19.

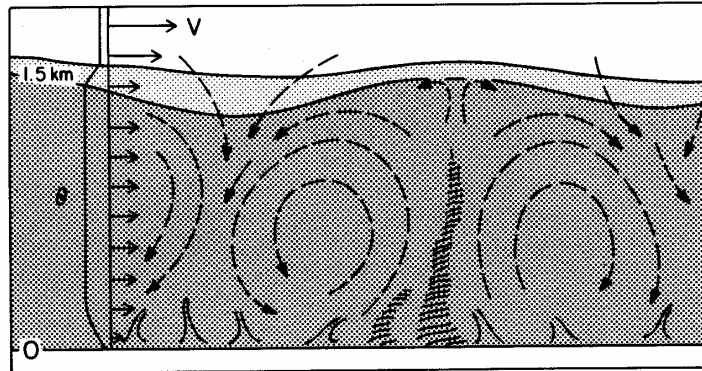


Fig.1.20: rappresentazione pittorica del *PBL* convettivo realizzata da Wyngaard (1990).

Nella Fig.1.20 si ripropone una celebre rappresentazione grafica realizzata da Wyngaard (1990) per illustrare questi concetti fenomenologici. Da essa risulta che nel *PBL* si può individuare:

- un **flusso ascendente** (*updraft*) che consiste in vortici di grandi dimensioni che hanno origine nei pressi del suolo, salgono nel *SL* e nel *ML*, arrivando fino allo strato di *entrainment* dove si mescolano con una parte di aria dell'atmosfera libera;
- un **flusso discendente** (*downdraft*) che lentamente scende verso il suolo.

Gli inquinanti tendono perciò ad accumularsi nel *ML* mentre sopra il *PBL* la loro concentrazione è molto bassa. Essi sono trasportati dai *thermals*, perciò l'incapacità di questi ultimi a superare la sommità dello strato rimescolato porta come conseguenza l'intrappolamento degli stessi nel *ML* e questo spiega perché l'inquinamento atmosferico è prevalentemente localizzato entro il *PBL*. Tuttavia il meccanismo di *entrainment* non solo immette aria della *Free Atmosphere* nel *PBL*, ma immette nella *Free Atmosphere* anche aria del *PBL*. Se in questa aria è presente dell'inquinante, esso si propagherà a grandi distanze ben poco disperso (la turbolenza e quindi la capacità disperdente della *Free Atmosphere* è estremamente limitato) ed anche ad alta velocità se avrà la sventura di raggiungere quote dove è presente un vento a getto di forte intensità. Ciò spiega perché si riscontrino anche trasporti di inquinanti a grande distanza, non altrimenti spiegabili (si ricordi l'inquinamento da radionuclidi prodotto dall'incidente di Chernobyl, diffuso su tutta Europa, ed il trasporto a scala globali delle ceneri emesse durante violente eruzioni vulcaniche, come quella del vulcano Krakatoa nel 1983).

Il profilo verticale di temperatura potenziale nel *PBL* convettivo mantiene, in un giorno sereno e soleggiato, la forma caratteristica evidenziata per tutto il periodo convettivo della giornata, periodo che va da circa un'ora dopo l'alba a circa un'ora prima del tramonto. Ciò che cambia nel corso della giornata è l'estensione verticale del *PBL* (in continua crescita) e quindi lo spessore di atmosfera in cui si sviluppa tale profilo. In Fig.1.21 sono presentati i profili di temperatura potenziale relativi ad una giornata tipica rilevati alle ore 9, 12, 15 e 18. Come si può notare, ognuno di essi presenta la forma abituale; l'unico elemento che li distingue è la loro estensione verticale in continua crescita. Il profilo delle 9 suggerisce un valore di z_i dell'ordine dei 500 m che cresce fino a circa 1500 m tre ore dopo (alle ore 12), evidenziando un tasso di crescita molto elevato. Questa velocità di accrescimento del *PBL* diminuisce però nelle ore successive, come viene chiaramente indicato dai profili delle 15 e delle 18.

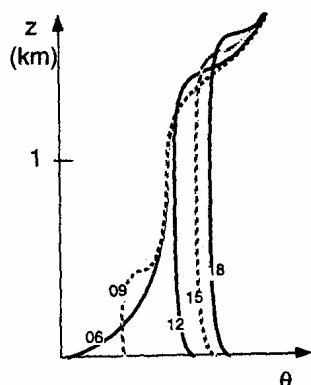


Fig.1.21: evoluzione temporale dei profili di temperatura potenziale (Stull, 2000)

Considerando ancora la Fig.1.21, in cui è indicato anche il profilo delle ore 6 quando ancora non si è in situazioni convettive, si possono fare alcune considerazioni. All'iniziare del periodo convettivo della giornata, l'atmosfera si presenta con un tipico profilo di temperatura potenziale caratterizzato da un gradiente sempre positivo, risultato dell'evoluzione notturna del *PBL*. Dal momento in cui ha inizio l'apporto energetico solare all'interfaccia aria-suolo, inizia anche un trasferimento di energia alla parte bassa dell'atmosfera che progressivamente *erode* l'inversione notturna, instaurando un regime convettivo in una porzione di aria di spessore inizialmente limitato e dando inizio alla generazione del *PBL* convettivo. L'immissione di energia continua col passare del tempo e l'erosione dell'inversione notturna progredisce coinvolgendo porzioni di atmosfera sempre maggiori, il cui spessore risulta proporzionale all'integrale dell'energia immessa.

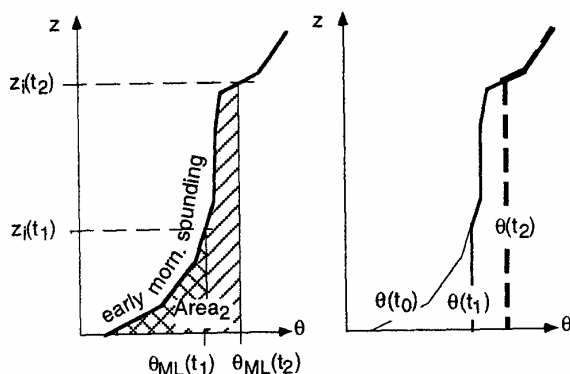


Fig.1.22: evoluzione del *PBL* nel tempo (Stull, 2000)

In maniera più specifica si consideri la Fig.1.22 in cui è evidenziato il profilo verticale di temperatura stabile così come si presenta all'inizio del periodo convettivo. Trascorso un certo tempo dall'instaurarsi delle situazioni convettive, al tempo t_1 , con buona approssimazione, il profilo verticale di temperatura potenziale è circa costante e pari a $\theta_{ML}(t_1)$ fino alla quota $z_i(t_1)$ (che è l'estensione verticale del *PBL* a tale istante) e sopra questa quota persiste, almeno in prima approssimazione, il profilo stabile notturno. L'*erosione* di tale profilo è avvenuta al di sotto di $z_i(t_1)$ e l'area quadrettata è proporzionale al calore trasferito alla parte bassa del *PBL* che è servito per realizzare tale erosione. Se si considera un tempo successivo t_2 , il profilo termico schematico sarà costituito da un profilo costante di temperatura, e pari a $\theta_{ML}(t_2)$ fino alla quota $z_i(t_2)$ e a quote più elevate persiste il profilo notturno. La sua erosione si è così ulteriormente accentuata da t_1 a t_2 ed è conseguente alla nuova immissione di calore nel sistema, proporzionale all'area tratteggiata. Il modello fisico di erosione indicato in figura è estremamente semplice (ma efficace). Infatti, per conoscere ad un tempo t l'estensione verticale z_i del *PBL* quando al suolo la temperatura potenziale vale $\theta(t)$ si ipotizza, semplificando la realtà, che $\theta(t)$ sia costante nel

PBL e si individua la quota di intersezione tra il profilo termico notturno e la retta $\theta(z) = \theta(t) =$ costante.

Esercizio 1.7

Si immagini che il profilo verticale di temperatura potenziale all'inizio del periodo convettivo di una giornata soleggiata sia lineare con la quota, con temperatura al suolo di 5°C e con gradiente di $3 \text{ K}\cdot\text{km}^{-1}$. Se l'energia termica cumulata immessa nel *PBL* all'interfaccia aria-suolo fino al tempo t è di $6.2 \cdot 10^5 \text{ J}\cdot\text{m}^{-2}$, calcolare il valore di temperatura potenziale al suolo al tempo t e l'estensione verticale raggiunta dal *PBL*.

L'energia termica immessa nel *PBL* fino al tempo t può essere calcolata dalla conoscenza del gradiente di temperatura potenziale $d\theta/dz$ (supposto costante nel profilo notturno) mediante la relazione seguente:

$$Q = \rho C_p \cdot \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{d\theta}{dz} \cdot z_i \right] \cdot z_i = \frac{1}{2} \cdot \rho C_p \cdot \frac{d\theta}{dz} \cdot z_i^2$$

quindi

$$z_i = \sqrt{2Q / \left[\rho C_p \cdot \frac{d\theta}{dz} \right]}$$

In condizioni standard $\rho = 1.225 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, $C_p = 1004.67 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$, quindi:

$$z_i = \sqrt{2 \cdot 6.2 \cdot 10^5 / [1.225 \cdot 1004.67 \cdot 0.003]} = 580 \text{ m}$$

A questo punto la temperatura potenziale al tempo t risulta pari a:

$$\theta(t) = 5 + \frac{d\theta}{dz} \cdot z_i = 5 + 0.003 \cdot 580 = 6.74^\circ\text{C}$$

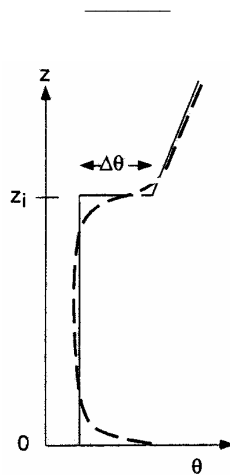
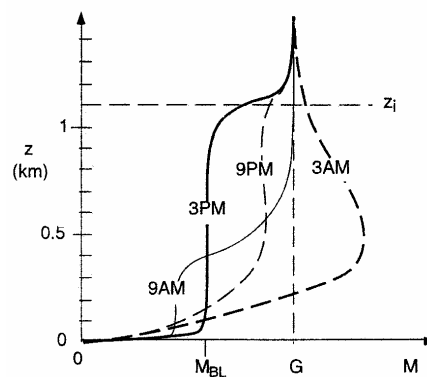


Fig.1.23: modello idealizzato del profilo verticale convettivo di temperatura potenziale (Stull, 2000)

E' necessario fare un'ultima osservazione sul profilo verticale della temperatura potenziale nelle situazioni convettive. Lo strato di *entrainment* ed il *SL* sono di estensione limitata rispetto al *ML*, soprattutto nelle ore centrali della giornata e nel pomeriggio. Per questa ragione sarà utile in alcune considerazioni che verranno fatte nel seguito semplificare drasticamente la forma di tale profilo nei termini mostrati in Fig.1.23. In pratica il profilo verticale di θ viene considerato costante entro tutto il *PBL*, dal suolo fino a z_i , dove lo strato di *entrainment* viene ridotto ad un semplice salto (*slab*) di temperatura potenziale $\Delta\theta$. Un tale modello semplificato di profilo verticale di temperatura potenziale viene indicato col termine *slab model*.

Il vapor d'acqua presente nel *PBL* ha come sorgente principale la superficie terrestre, sia a causa dell'evaporazione che si produce dagli specchi d'acqua (oceani, laghi e fiumi) che della traspirazione della vegetazione. La sua concentrazione tende a *diminuire con la quota* con un tasso relativamente elevato entro il *SL*, mantenendosi pressoché costante nel *ML*. In corrispondenza dello *strato di entrainment* si assiste ad una rapida diminuzione fino praticamente ad annullarsi nella *Free Atmosphere* (questo non è vero in generale, soprattutto quando si è in presenza di nubi *sinottiche*). Questo comportamento è molto netto e ciò è spesso utilizzato per identificare la sommità del *ML* dai radiosondaggi. La struttura fisica del *PBL* costituisce anche per l'umidità presente in aria una trappola da cui è ben difficile sottrarsi.

Per quanto riguarda il profilo verticale della velocità del vento, va rilevato che la condizione di *no-slip* determina una velocità nulla in prossimità del suolo (non esattamente al suolo, come si vedrà nel seguito, ma in corrispondenza ad una quota piccola, ma variabile a seconda delle dimensioni verticali tipiche degli elementi presenti al suolo che ne determinano la rugosità). Col crescere della quota, la velocità del vento aumenta in maniera circa logaritmica entro tutto lo strato superficiale. La presenza di *shear* nello strato superficiale è una chiara indicazione della turbolenza meccanica sempre presente in un fluido viscoso come l'atmosfera. Entro il *ML*, invece, la velocità del vento si mantiene spesso circa costante e lo *shear* è ridotto, chiaro indice del fatto che nello strato rimescolato la produzione di turbolenza meccanica è ridotta. Viceversa nell'*entrainment* la velocità del vento presenta brusche variazioni adeguandosi rapidamente, con l'aumentare della quota, alla situazione a mesoscala dettata dai gradienti di pressione a grande scala (*vento geostrofico*). Ciò è rappresentato schematicamente in *Fig.1.24* dai profili relativi alle ore 9 a.m. e 3 p.m. In figura, con *G* viene indicato il vento geostrofico che è preso come riferimento per comprendere le caratteristiche del profilo anemologico convettivo.



*Fig.1.24: profilo verticale del vento nel PBL. Con M è indicata la velocità del vento, con M_{BL} il suo valore nel *ML* e con G il valore del vento geostrofico (Stull 2000)*

Durante il giorno l'estensione verticale del *PBL* non è costante, ma al contrario continua ad aumentare proporzionalmente all'immissione nel sistema di energia solare. In pratica è minima nelle prime ore della mattina, quando è prevalente l'influenza della pura turbolenza meccanica, ed aumenta proporzionalmente all'integrale di energia solare fino al tramonto quando decade molto rapidamente in corrispondenza dell'interruzione di apporto energetico solare. A questo punto il *PBL* convettivo inizia a distruggersi. Per prima cosa si dissolve entro il *SL* il profilo a gradiente di temperatura potenziale negativo e progressivamente anche una parte del profilo entro il *ML*, a cui si sostituisce un profilo di temperatura potenziale a gradiente positivo tipicamente notturno. Ciò è evidente in *Fig.1.25* in cui sono presentati i profili verticali di temperatura potenziale rilevati alle ore 18, 21, 03 e 06 di una giornata tipica. Il primo profilo, sicuramente convettivo rappresenta il punto di partenza del decadimento notturno del *PBL* mentre l'ultimo rappresenta il risultato finale di tale processo.

La cosa interessante è che il profilo termico nella parte alte del *PBL* risulta *abbandonato ad un*

lento decadimento e spesso risulta ancora visibile il giorno successivo. Questo strato di *vecchio PBL abbandonato* prende il nome di *Residual Layer (RL)* e presenta un gradiente di temperatura potenziale o nullo o debolmente positivo.

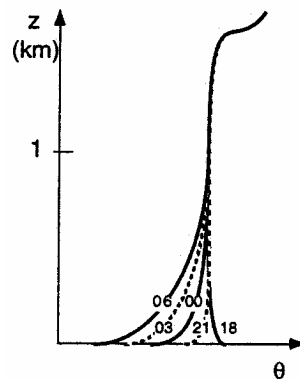


Fig.1.25: profilo verticale di temperatura potenziale alle ore 18, 21, 00, 03 e 06 di una giornata serena tipica.

La velocità con cui z_i aumenta col tempo prende il nome di *velocità di entrainment* w_e e non può mai essere negativa. Esistono però anche cause diverse dall'immissione di energia termica nel *PBL* che producono un incremento o un decremento di z_i (cioè un'espansione o una contrazione del *PBL*) e tali cause sono di tipo *sinottico*.

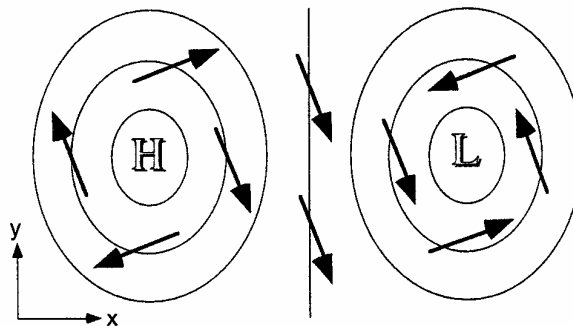


Fig.1.26: movimento delle masse d'aria attorno alle zone di alta e bassa pressione (Stull, 2000)

Come noto in meteorologia, la distribuzione spaziale della pressione atmosferica presenta zone con massimi (zone di alta pressione, *H*) e zone con minimi (zone di bassa pressione, *L*). Le alte e le basse pressioni sono sistemi atmosferici a simmetria pressoché circolare, con diametri caratteristici elevati (dell'ordine dei 1000 km). Attorno ad un'alta pressione le masse d'aria si muovono con un movimento spiraliforme in senso orario nell'emisfero nord (e antiorario in quello sud) nel modo indicato in Fig.1.26. Di fatto, tale moto tende a far allontanare l'aria dal centro dell'alta pressione e ciò, per la conservazione della massa, richiede che dell'aria dalla parte alta della troposfera discenda nella sacca di alta pressione (*subsidenza*) a compensazione dell'aria in allontanamento. Si determina quindi una *divergenza* del flusso delle masse d'aria. La velocità con cui l'aria scende dalla parte alta della troposfera è la velocità di subsidenza w_s , che, per quanto detto, è sicuramente negativa. Sebbene la subsidenza spinga aria dell'atmosfera libera verso il suolo, tale aria non può penetrare nel *PBL* a cause della forte inversione termica all'*entrainment*. Il risultato netto è quindi la contrazione verticale del *PBL* e la conseguente diminuzione di z_i . Ciò è illustrato graficamente in Fig.1.27.

In pratica, la variazione di z_i col tempo dipende dagli effetti combinati e contrastanti di w_e e w_s , nel modo seguente:

$$\frac{dz_i}{dt} = w_e + w_s \quad [1.56]$$

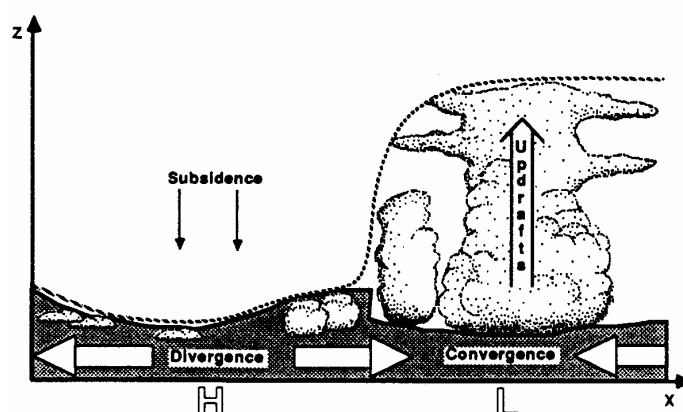


Fig.1.27: influenza delle circolazioni sinottiche sul PBL (Stull, 1988)

Attorno ad una zona di bassa pressione, invece, le masse d'aria ruotano in senso antiorario nell'emisfero nord (e orario in quello sud) ed in modo spiraliforme (Fig.1.26) convergendo verso il centro della bassa pressione stessa (fenomeno di *convergenza*). Per la conservazione della massa, questa volta devono svilupparsi moti ascendenti a grande scala che hanno come conseguenza netta l'espansione verso l'alto del PBL e conseguentemente un incremento di z_i ed una velocità di subsidenza w_s positiva. Spesso questa forzante sinottica è così efficace da innalzare la sommità del PBL a quote elevatissime o da eliminare totalmente il PBL stesso (Fig.1.27). In questi casi l'aria del PBL si rimescola efficacemente con l'aria della troposfera riducendo drasticamente l'inquinamento atmosferico e le nubi a grande sviluppo che normalmente si formano possono produrre eventi di pioggia che contribuiscono ulteriormente alla depurazione dagli inquinanti eliminandoli per dilavamento.

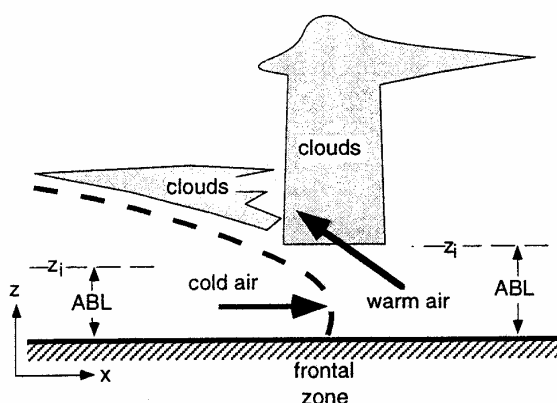


Fig.1.28: il PBL e i fronti (Stull, 2000)

Quanto detto fin qui non tiene conto di ciò che avviene in situazioni sinottiche complesse come la presenza di fronti d'aria in movimento. Per prima cosa va rilevato che una massa d'aria in movimento in una zona di alta pressione è relativamente leggera e, muovendosi in modo relativamente lento, prende le caratteristiche della superficie su cui scorre (temperatura, umidità, ecc.). Quando l'aria del PBL di due differenti centri di alta pressione sono costretti a muoversi attratti da una zona di bassa pressione, ad un certo punto vengono a scontrarsi e la zona che separa queste due entità prende il nome di *fronte* (Fig.1.28). In corrispondenza del fronte, l'aria del PBL più fredda e più pesante agisce come un cuneo che si va ad infilare al di sotto della massa d'aria più calda. Dato che i venti spingono le due masse d'aria una contro l'altra, l'aria più calda perde il contatto col suolo e scorre al di sopra del cuneo dell'aria più fredda. A questo

punto il *PBL* che esisteva ben identificabile nell'aria più calda a monte del fronte perde di fatto la propria identità. Inoltre, quest'aria più calda che si è innalzata sopra il cuneo di aria fredda salendo si raffredda essa stessa, raggiunge spesso le condizioni di saturazione producendo formazioni nuvolose associate con eventi temporaleschi. Per questo nei sistemi sinottici legati alle zone di bassa pressione è difficile definire in maniera chiara un *PBL*, così operativamente viene considerata come sommità effettiva del *PBL* la base delle nuvole.

1.3.2 IL *PBL* STABILE

Se si prende in considerazione una tipica situazione notturna, si nota come essa risulti molto meno definita e chiara della situazione diurna. L'aria continua ad essere in una situazione turbolenta, tuttavia tale turbolenza non ha origini convettive, essendo assente l'apporto energetico solare. L'unica sorgente di turbolenza è quindi la turbolenza meccanica indotta dallo *shear* del vento, come tipico di ogni fluido viscoso che scorra sopra una superficie solida e rugosa, turbolenza che in parte viene inibita e contrastata da un intenso fenomeno di raffreddamento dell'atmosfera, più intenso negli strati più vicini al suolo. Nella Fig.1.29, in cui viene illustrata in maniera pittorica questa situazione, si nota come il *PBL* notturno (*Stabile*) sia sede di una turbolenza caratterizzata dalla presenza di vortici di piccola dimensione localizzati nelle immediate vicinanze del suolo. Più ci si allontana dalla superficie terrestre, più diminuisce il livello di turbolenza. Il moto è intrinsecamente instabile e la presenza di un gradiente di temperatura potenziale sempre positivo favorisce l'instaurarsi di fenomeni ondosi, come per esempio le tipiche onde di gravità o onde orografiche, quando il terreno non è pianeggiante e sono presenti rilievi montuosi.

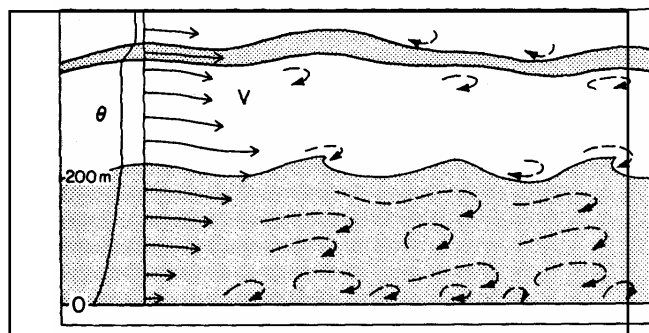


Fig.1.29: rappresentazione pittorica del *PBL* stabile (Wyngaard, 1990)

Durante le ore notturne il profilo di temperatura potenziale presenta un gradiente sempre positivo, maggiore nei pressi del suolo e gradualmente decrescente con la quota (Fig.1.30). In questo caso, il *PBL* può essere individuato, almeno in prima approssimazione, nello strato più vicino al suolo, sede di un profilo termico a maggior gradiente termico la cui forma è approssimativamente di tipo esponenziale. All'inizio del periodo stabile, in sostanza poco prima del tramonto, il tipico profilo convettivo di temperatura potenziale degenera in un profilo a temperatura potenziale costante. Mancando l'apporto energetico solare, il suolo inizia ad irraggiare energia termica (nell'infrarosso), raffreddandosi progressivamente. Il raffreddamento del suolo comporta di conseguenza un raffreddamento dell'aria sovrastante, che coinvolge uno spessore d'aria crescente col tempo. Il risultato netto di tutto ciò è che il profilo di temperatura potenziale presenta un profilo esponenziale via via più marcato con un'inversione al suolo sempre maggiore. Questo comportamento perdura per tutto il periodo stabile della giornata (in sostanza per tutta la notte) esaltandosi sempre di più, finché il ritorno dell'apporto solare inizia ad erodere l'edificio creatosi durante la stabilità, ricostruendo progressivamente l'ambiente convettivo.

Mancando l'apporto convettivo, durante la notte si forma vicino al suolo uno *Strato Stabile* (*SBL*) caratterizzato da una debole e sporadica turbolenza. Sebbene il vento al livello del suolo diventi frequentemente molto debole, in quota i venti possono diventare addirittura *supergeo-*

strofici, cioè possono raggiungere velocità superiori a quanto richiesto dal gradiente orizzontale di pressione tipico del luogo, presentando un massimo tipico (come mostrato in Fig.1.24 dal profilo delle 3 a.m.) detto *low level* o *nocturnal jet*. In questo strato stabile la turbolenza tende a venire soppressa anche se il jet produce uno *shear* che, a sua volta, genera turbolenza. Il risultato di tutto ciò sono improvvisi *scoppi di turbolenza* che possono rimescolare lo *SBL*.

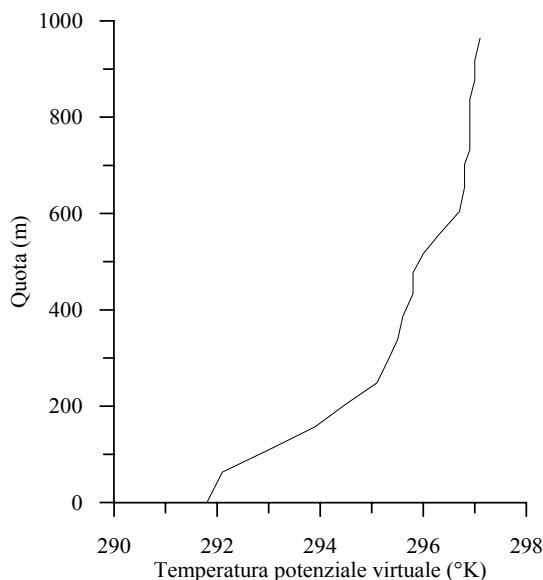


Fig.1.30: tipico profilo notturno di temperatura potenziale.

Al contrario del *ML* diurno, lo *SBL* non presenta un limite superiore ben definito e si raccorda al *RL* in maniera molto *smooth*. In pratica, la sommità dello *SBL* viene definita come quella quota in cui l'intensità della turbolenza è inferiore ad una piccola frazione del valore assunto in superficie o come lo strato di atmosfera col maggior gradiente termico. Una visione schematica di tutto ciò è riportata in Fig.1.31.

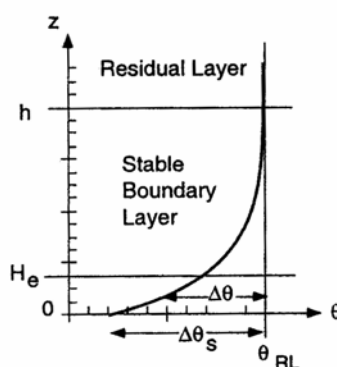


Fig.1.31: profilo schematico verticale di temperatura potenziale (Stull, 2000)

Gli inquinanti emessi nello *SBL* si disperdono relativamente poco in senso verticale e più rapidamente in senso orizzontale, dando luogo, in situazioni di vento debole, a tipiche oscillazioni orizzontali chiamate *meandering*. La ridotta estensione verticale del *SBL* può produrre però interessanti (e spesso pericolose) situazioni nella dispersione degli inquinanti dalle ciminiere. Se la ciminiera da cui fuoriescono i fumi emette ad una quota superiore all'estensione verticale del *SBL* (o, che è lo stesso, i fumi per la spinta di galleggiamento superano tale quota) si ha una situazione per cui il pennacchio di fumo *galleggia* al di sopra del *SBL* senza essere in grado di raggiungere il suolo e quindi producendo livelli di concentrazione al suolo praticamente nulli. Al contrario, se la sorgente emittente è molto vicina al suolo, la ridotta capacità disperdente dello *SBL* determina l'instaurarsi di fenomeni di forte inquinamento atmosferico. A volte due cimi-

niere vicine, però con caratteristiche di emissione molto differenti (una con fumi poco galleggianti e l'altra con fumi molto galleggianti), possono avere ripercussioni profondamente differenti sul livello di inquinamento al suolo.

Va infine rilevato che ci può essere lo *SBL* anche di giorno ogni qualvolta il suolo è più freddo dell'aria sovrastante, situazione spesso presente durante avvezioni di aria calda sul suolo freddo (fronti caldi) o nei pressi delle coste.

1.3.3 IL CICLO GIORNALIERO DEL PBL

Riassumendo quanto detto, si nota come sia evidente un tipico ciclo giornaliero nello stato del *PBL*.

Prima dell'alba, la temperatura potenziale presenta una costante crescita con la quota, soprattutto in prossimità del suolo dove il suo gradiente è massimo. Il gradiente positivo di temperatura potenziale indica che il *PBL* è ovunque staticamente stabile ed in questa situazione sono presenti solo piccoli vortici dovuti allo *shear*, originati nelle immediate vicinanze del suolo e poco estesi sulla verticale. Lo strato da essi occupato è indicato anche in questo caso come *Strato Superficiale (SL)*. Un modo grossolano per quantificarlo dal profilo verticale della temperatura potenziale è individuare l'estensione dello strato verticale a maggior gradiente termico.

Dopo l'alba inizia l'apporto energetico solare e quindi inizia ad instaurarsi la situazione convettiva diurna con un'estensione verticale del *PBL* continuamente crescente in funzione dell'integrale dell'energia radiante giunta al suolo durante le ore diurne. Oltre a ciò, entro tutto il *PBL* si instaura un profilo verticale di temperatura potenziale tipico che, col passare del tempo, si spinge a quote sempre maggiori, come illustrato schematicamente in Fig.1.32.

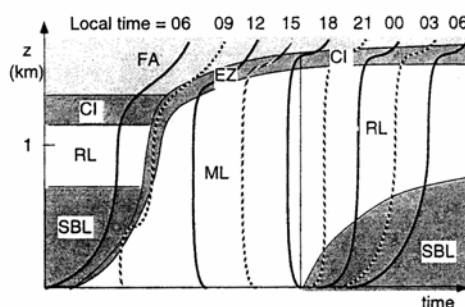


Fig.1.32: profilo verticale della temperatura potenziale nelle varie ore di un giorno soleggiato (Stull, 2000)

Nelle prime ore convettive, però, si può assistere ad un fenomeno particolare. Pennacchi di fumo emessi nella notte al di sopra dello strato stabile e che gli galleggiavano sopra poco dispersi per la ridotta turbolenza incontrata (*lofting*), vengono raggiunti dai *thermals* generati dal riscaldamento diurno e vengono violentemente incorporati nei moti discendenti dei *downdraft*, raggiungendo quindi il suolo dove generano situazione di elevata concentrazione locale. Questo è il ben noto fenomeno della *fumigazione*.

Circa *mezz'ora prima del tramonto* i *thermals* cessano di formarsi, consentendo un decadimento della turbolenza nello strato precedentemente rimescolato. Lo strato d'aria che ne risulta è detto *strato residuale (Residual Layer, RL)* dato che le sue variabili di stato sono inizialmente le stesse dello strato rimescolato. Il *RL* ha una stratificazione termica circa neutra e così la turbolenza è circa uguale in tutte le direzioni; è per questo che i pennacchi emessi nel *RL* tendono a disperdersi con una geometria conica (*coning*). Il contenuto di vapor d'acqua spesso si comporta come gli inquinanti non reattivi. Ogni giorno, del vapor d'acqua può evaporare dal suolo e restare entro i *RL*. Nei giorni successivi dalla sommità del *ML* può avvenire una reintroduzione di aria umida che porta alla formazione di nubi non giustificabili a livello di mesoscala. Variabili come

la temperatura potenziale virtuale, normalmente diminuiscono leggermente durante la notte; tale diminuzione avviene in modo circa uniforme in tutto il *RL* che quindi presenta sempre un profilo termico circa adiabatico. Dato che il *RL* non è a diretto contatto del suolo, la sua evoluzione risulta totalmente disaccoppiata dall'aria sottostante. Durante la notte si assiste alla crescita, in prossimità del suolo, di uno strato stabile che costantemente modifica la base del *RL*.

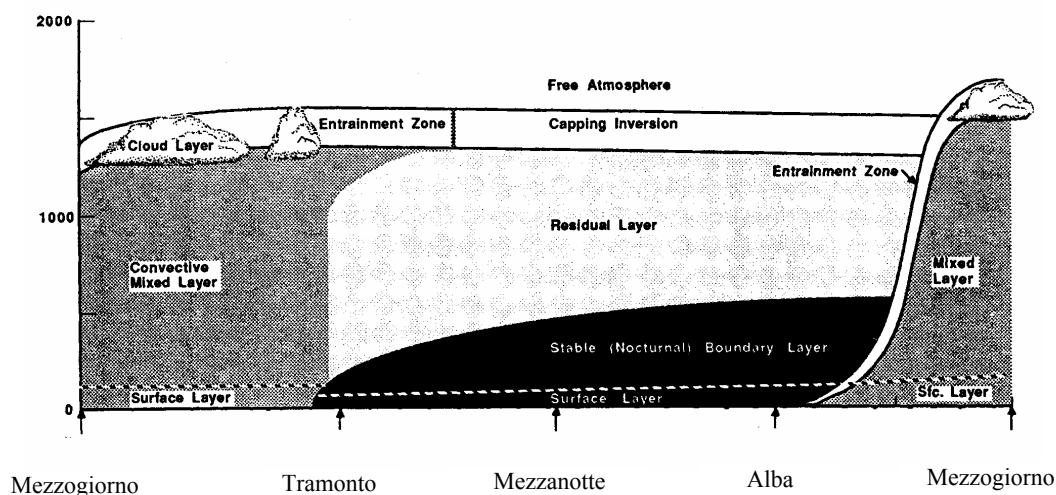


Fig.1.32: evoluzione giornaliera tipica del PBL (da Stull, 1988).

Il ciclo giornaliero descritto è riassunto graficamente in Fig.1.33 dove si nota chiaramente che dall'alba al tramonto si assiste ad un progressivo accrescimento della zona convettiva del *PBL* (costituita dal *SL*, dal *ML* e dallo strato di *entrainment*). Il limite superiore di tale strato è spesso chiamato *altezza di rimescolamento convettivo* (z_i). Nelle ore notturne, invece, la struttura del *PBL* è molto più complessa e ciò che risulta più evidente è la presenza di uno strato turbolento di origine meccanica presso la superficie terrestre che, pur avendo un'individualità minore rispetto allo strato convettivo diurno, è comunque quantificabile, anche se in maniera meno univoca, ed il suo limite superiore, normalmente indicato col simbolo h_m , viene comunque denominato *altezza di rimescolamento meccanica*.

Esercizi

- 1.1 L'anemometro di una stazione meteorologica ha misurato una velocità del vento di $3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ed una direzione di 200°N . Se si suddividono le direzioni di provenienza del vento in 32 settori centrati sulle direzioni cardinali (N, NNE, NE, ENE, ecc.) in quale di questi settori si colloca la direzione misurata? Quanto valgono le componenti cartesiane del vettore vento misurato?
- 1.2 Se la componente cartesiana zonale (W-E) del vento è pari a 3.7 nodi e la componente meridionale (S-N) è pari a 5.1 nodi, quanto vale la velocità (in $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$) e la direzione di provenienza del vento?
- 1.3 Un monitor tradizionale di un PC è un esempio di tubo a vuoto. Se entro il video viene realizzato un vuoto perfetto, quale forza agisce sullo schermo del monitor posto a livello del mare se tale schermo è quadrato con diagonale pari a $24''$ (61 cm)?
- 1.4 Calcolare la densità molecolare di CO_2 e dell'aria allivello del mare ($p=1013\text{mb}$ e $T=0^\circ\text{C}$) sapendo che il relativo rapporto di mescolanza vale 365 ppm.
- 1.5 Se la densità molecolare di O_3 è $N_{\text{O}_3}=1.5\cdot 10^{12} \text{ molecole}\cdot\text{cm}^{-3}$, $T=285\text{K}$ e $p=980 \text{ mb}$, trovare il rapporto di mescolanza dell' O_3 e la relativa pressione parziale.
- 1.6 Ottenere una relazione analitica che descriva la densità di una particella d'aria che inizialmente possiede una densità ρ_s ed una pressione p_s e che si espande adiabaticamente alla pressione p .
- 1.7 Calcolare lo spessore verticale di uno strato d'atmosfera posto tra le pressioni 1000 e 500 mb, supponendo che tale strato sia isoterma. Fare i calcoli sia per una temperatura di 273 K che per una temperatura di 250 K.
- 1.8 Ottenere una relazione analitica che esprima la variazione di pressione con la quota in un'atmosfera con gradiente termico costante.
- 1.9 Trovare una relazione analitica che esprima il gradiente verticale di temperatura potenziale virtuale.
- 1.10 La quota di crociera di un aereo subsonico e di un aereo supersonico è rispettivamente 12 km e 20 km. Qual è la differenza relativa nella densità dell'aria tra le due quote?
- 1.11 Una stazione meteorologica misura $T=293 \text{ K}$ e $\text{rh} = 50\%$ al tramonto. Assumendo che la tensione di vapore dell'acqua sia costante durante la notte, di quanto dovrà diminuire la temperatura dell'aria perché nel corso della notte ci sia formazione di nebbia?
- 1.12 Calcolare il peso molecolare dell'aria secca se la percentuale volumetrica di azoto presente è il 78%, la percentuale di ossigeno è il 21% e quella di anidride carbonica è lo 0.93%.
- 1.13 Se in atmosfera la temperatura diminuisce con la quota di 6.5 K ogni chilometro e la pressione diminuisce di 10 mb ogni 100 metri, come varia la densità dell'aria secca con la quota se al suolo la temperatura è di 288 K e la pressione di 1013 mb?