



*Meteorologia e Micrometeorologia
per l'inquinamento atmosferico
2011*

Parte 6

Teoria della Similarità

*dott. Roberto Sozzi
dott. Andrea Bolignano*

Modellizzazione fluidodinamica del *PBL* ⇒ del tutto generale e valida in ogni situazione

... **ma** ...

è costituita da un sistema di equazioni differenziali alle derivate parziali di problematica integrazione.

In analogia con quanto fatto dalla Fluidodinamica stessa, si è cercato (con successo) di ottenere delle relazioni per **i profili verticali delle principali variabili medie, delle varianze e delle covarianze** basate completamente sulle osservazioni sperimentali in:

- situazioni quasi stazionarie (variabilità lenta dei fenomeni meteorologici)
- e con terreno piatto ed omogeneo (i vari campi meteorologici sono orizzontalmente omogenei)

Quando queste ipotesi non sono soddisfatte completamente, le relazioni dedotte perdono una parte di validità, pur restando una descrizione abbastanza realistica dei profili verticali.

Le relazioni cercate dalla **Teoria della Similarità** hanno le seguenti caratteristiche :

- *sono algebriche*
- *sono basate sulle osservazioni sperimentali*
- *dipendono dai parametri descrittivi della turbolenza del PBL, cioè u_* , H_0 , T_* , L e z_i*

Di fatto,

l'insieme delle relazioni individuate per le principali variabili meteorologiche medie e per i principali momenti statistici

costituisce,

in un terreno piatto ed omogeneo,

un modello alternativo di PBL totalmente algebrico e del tutto generale.

Esempio Didattico:

Profilo verticale della Velocità del Vento entro il SL.

⇒ Situazione adiabatica

In questo caso è importante la sola turbolenza meccanica (u_*) dato che $H_0 = 0$ e $1/L = 0$.

Facciamo **due esperimenti** in due situazioni diverse:

⇒ un *luogo quasi desertico* ([situazione 1](#))

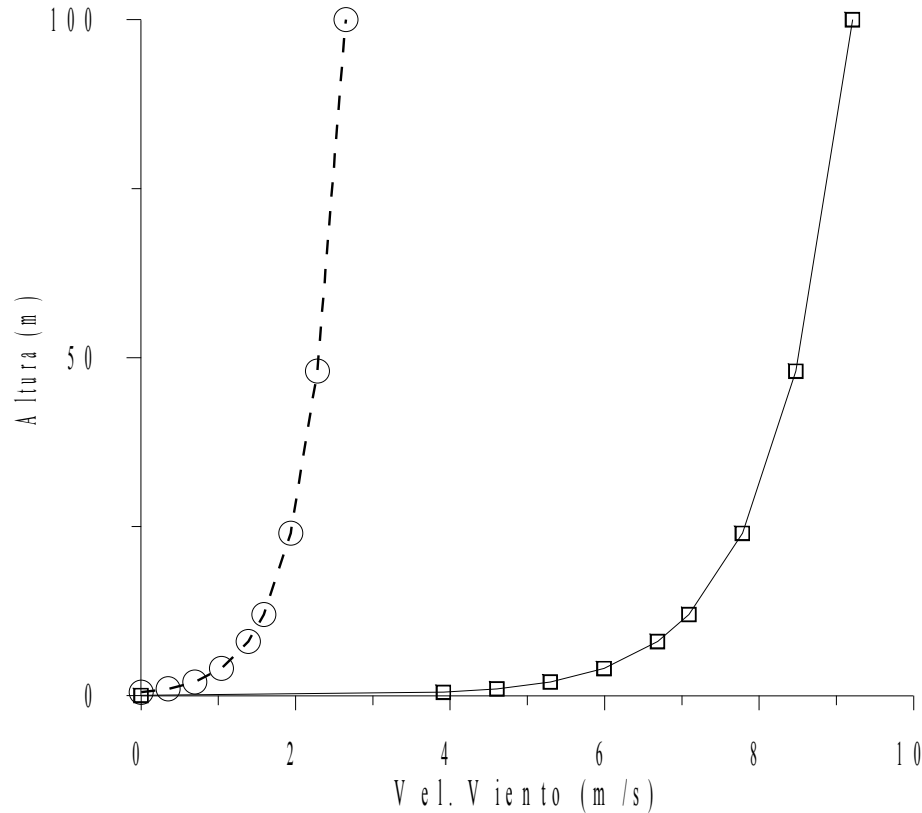
⇒ un *campo di mais maturo* ([situazione 2](#))

Apparato Sperimentale

⇒ Palo con misure di vento a 1, 2, 4, 8, 12, 24, 48 e 100 m

⇒ Misura di u_*

Risultato dei due esperimenti



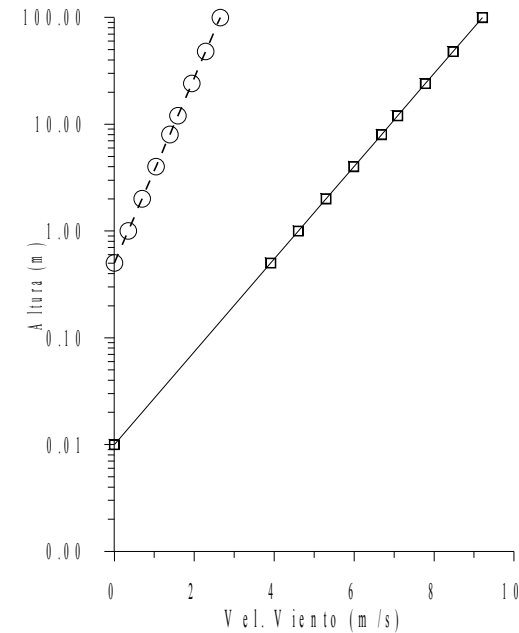
Quadri = situazione 1
Cerchi = situazione 2

Difficile immaginare una qualche forma di generalizzazione.

Cambio della scala delle quote (scala logaritmica)

Si nota che:

- i due profili, nel diagramma semilogaritmico, hanno un **andamento rettilineo**,
- per entrambi la *velocità del vento* **va a zero** ad una quota diversa da $z = 0$ (0.01m nella situazione 1 e a 0.5 m nella 2)



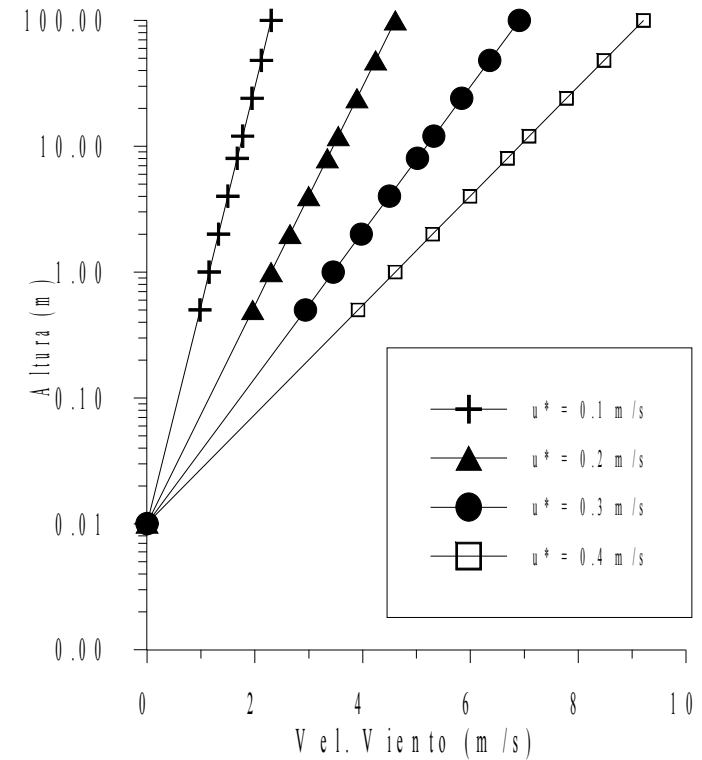
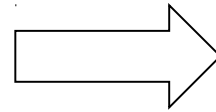
E' l'effetto della differente rugosità del terreno nei due siti



z_0 = quota a cui la velocità si annulla (lunghezza di rugosità superficiale) caratteristica di ogni superficie.

Approfondimento: si misurano altri profili a diversi valori di u_* , sempre in situazioni adiabatiche nei due siti sperimentali

Esempio di profili ottenuti nel sito 1



Commenti

- Tutti i profili sono rettilinei nel diagramma semilogaritmico
- Tutti hanno inclinazione diversa proporzionale a u_*
- Tutti hanno origine comune in z_0

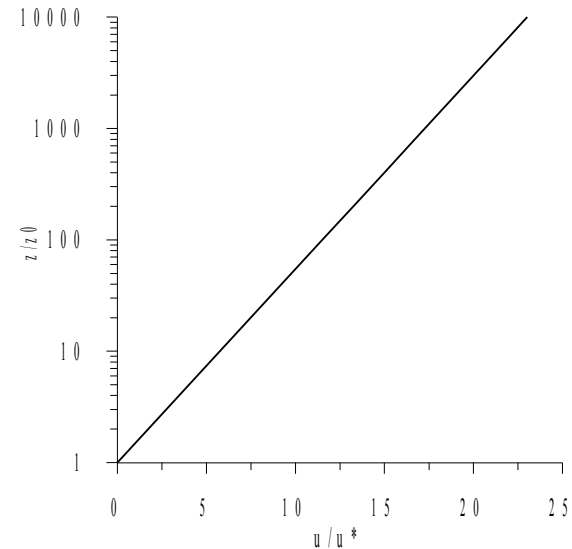
Ulteriore cambio di variabili

$$z \rightarrow z/z_0 \text{ e } u \rightarrow u/u_*$$

Grafico in cui vengono riuniti tutti i punti sperimentali di entrambi i siti di misura

Commenti

- tutti i punti sperimentali **collassano** in un'unica retta (nel diagramma semilogaritmico)
- con questo cambio di variabili, **tutti** i profili di velocità del vento nelle diverse situazioni **adiabatiche** possono essere descritti dalla sola **relazione algebrica universale ...**



➔ $u(z)/u_* = A \cdot \ln(z/z_0)$

Il risultato ottenuto è la relazione seguente:

$$u(z) = \frac{u_*}{k} \ln\left(\frac{z}{z_0}\right)$$

NB. k è una costante numerica nota come costante di Von Karman con valore numerico pari a 0.4

Relazione Universale (il profilo logaritmico della velocità del vento) secondo cui:

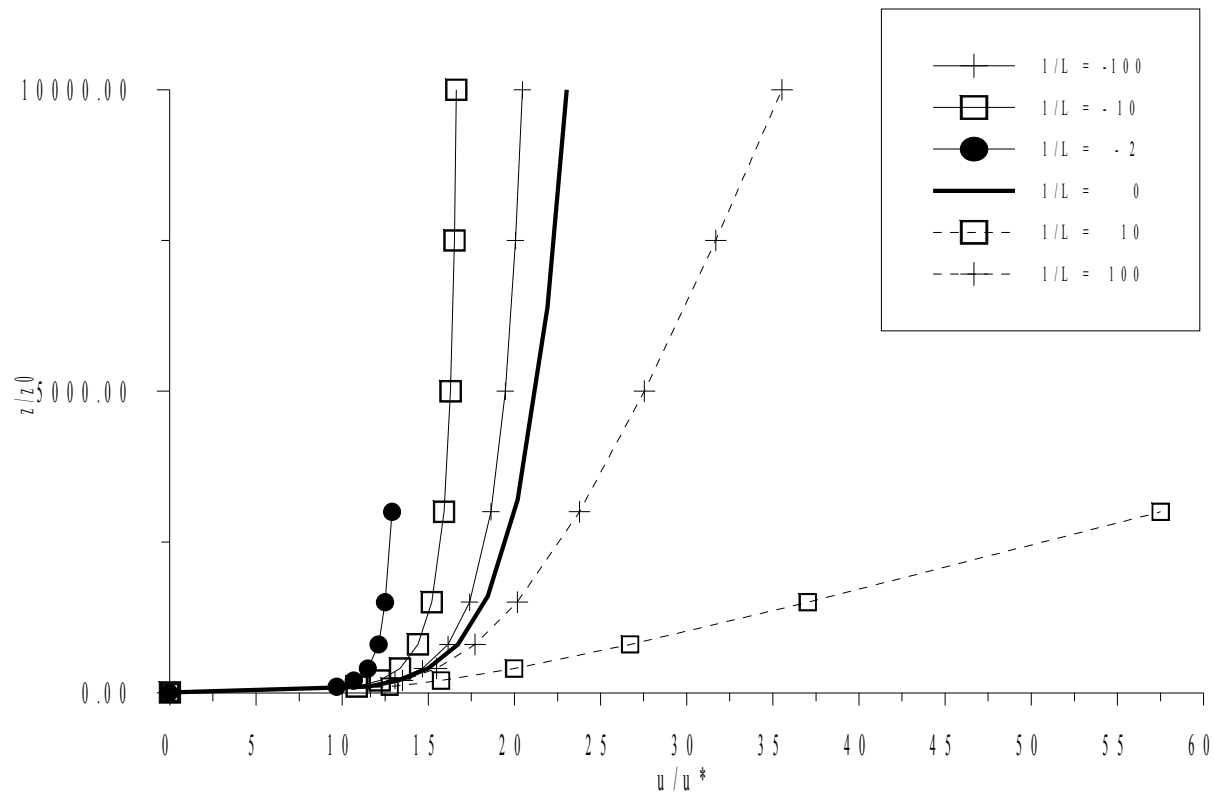
- una volta **noto z_0** (caratteristica della superficie) e **u_*** (stato della turbolenza meccanica)
- **fornisce** ad ogni quota z (entro il *SL*) il valore medio della velocità del vento, **in ogni situazione adiabatica**



Cerchiamo di **rendere più generale** questa relazione

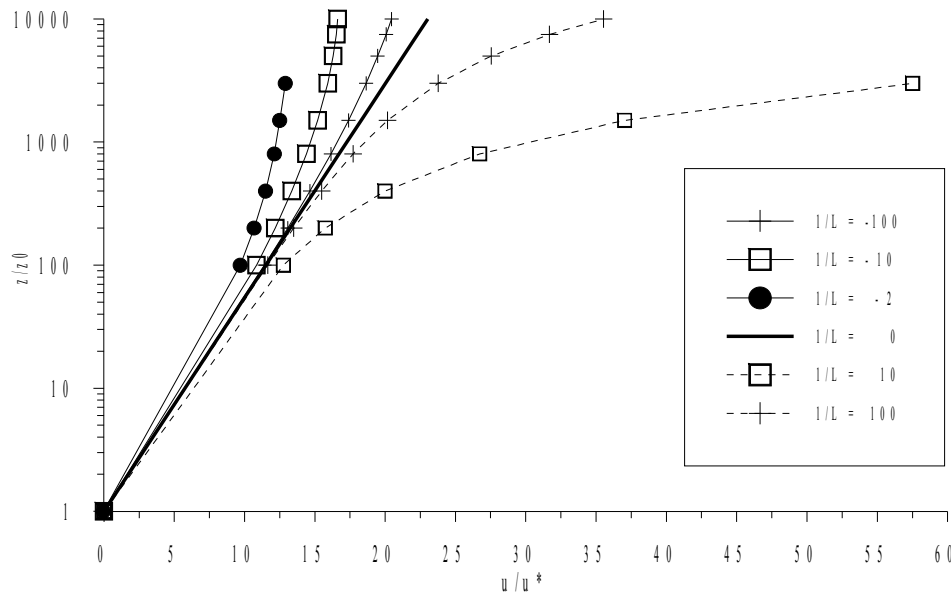
realizziamo **misure** di profili della velocità del vento
in differenti condizioni di stabilità

(valori differenti di u_* e valori differenti positivi e negativi di $1/L$).



Commenti

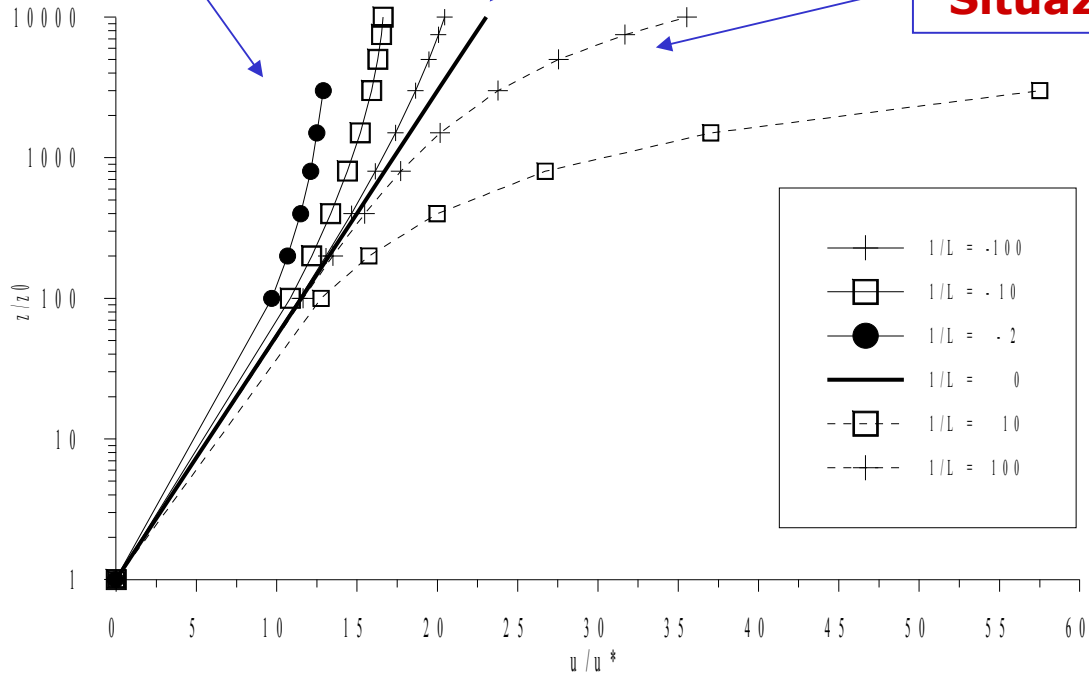
- nel diagramma semilogaritmico, pur con i diversi cambi di variabili, **le curve non stanno più su delle rette**
- tutte si incontrano nello stesso punto ($u/u_* = 0, z/z_0 = 1$)
- le curve relative ai casi convettivi sono concave
- le curve relative ai casi stabili sono convesse
- le due zone del grafico sono limitate dalla retta relativa alle situazioni adiabatiche



Zona delle Situazioni convettive

Linea delle Situazioni adiabatiche

Zona delle Situazioni stabili



Queste figure **suggeriscono** di **cercare** una **relazione di similarità** che:

- sia **quasi logaritmica**, come nella situazione adiabatica e che si riduca alla relazione trovata per l'adiabaticità per $|1/L| \rightarrow 0$
- in cui la **non adiabaticità** ($1/L \neq 0$) **intervenga come una correzione** alla legge logaritmica, correzione funzione del parametro z/L .

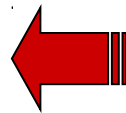
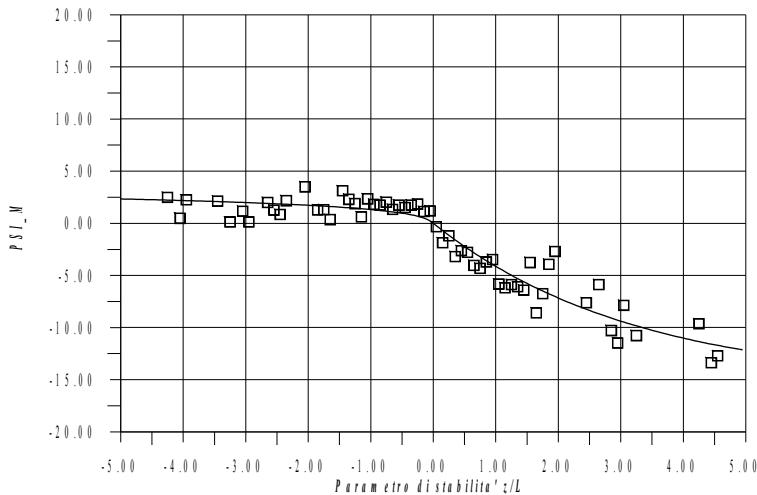
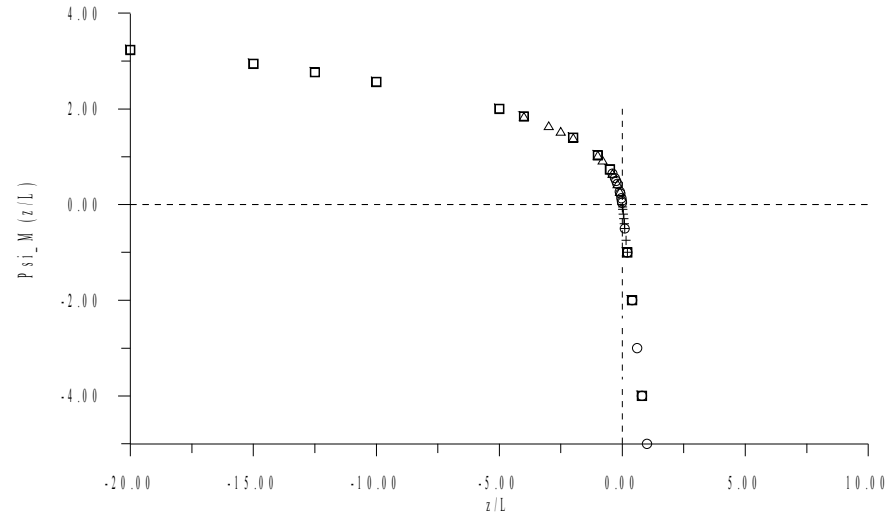
$$u(z) = \frac{u_*}{k} \left\{ \ln \left(\frac{z}{z_0} \right) - \Psi_M \left(\frac{z}{L} \right) \right\}$$

Commenti

Questa è una **Relazione Universale** (nel senso che risulta valida in ogni situazione reale)

La correzione $\Psi_M(z/L)$ è l'**elemento semiempirico** della Teoria della Similarità e va individuato direttamente dalle misure.

Dai dati sperimentali presentati si ottiene la figura seguente che ci conferma l'ipotesi fatta.



In una campagna **reale** si è ottenuto ciò che sta in figura.

Utilizzando tecniche di *fitting non lineare*, con i dati disponibili è stata individuata la seguente relazione funzionale Ψ_M per i diversi regimi di turbolenza:

$$\Rightarrow \text{Se } 1/L < 0 \quad \Psi_M = \ln \left[\frac{(1+x^2)}{2} \left(\frac{1+x}{2} \right)^2 \right] - 2 \operatorname{actg}(x) + \frac{\pi}{2} \quad x = \left(1 - 16 \frac{z}{L} \right)^{1/4}$$

$$\Rightarrow \text{Se } 1/L > 0 \quad \Psi_M = -5z/L$$

A questo punto l'**indagine sperimentale** ha condotto all'individuazione di una **relazione analitica** di tipo algebrico di **validità universale** (sempre però in siti con assenza di orografia e ad elevata omogeneità orizzontale)

La **Relazione di Similarità** (*universale*) che descrive **il profilo verticale della velocità del vento entro il SL** è quindi:

$$u(z) = \frac{u_*}{k} \left\{ \ln \left(\frac{z}{z_0} \right) - \Psi_M \left(\frac{z}{L} \right) \right\}$$

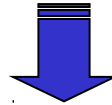
Commenti

⇒ In un sito piano e omogeneo, in condizioni quasi-stazionarie e nel SL, noto z_0 , u_* e $1/L$ è **possibile ottenere il profilo verticale della velocità del vento.**

⇒ Come anticipato, si è quindi ottenuto un **modello** del profilo verticale della velocità del vento:

- *alternativo a quello fluidodinamico,*
- *ristretto al solo SL e*
- *di tipo algebrico (molto più facilmente utilizzabile nella pratica)*

Questa metodologia può essere usata anche per ottenere Relazioni di Similarità per altre variabili medie.



Relazione di Similarità del profilo del valor medio di temperatura potenziale media θ nel SL

$$\theta(z) = \theta_{z_0} + \frac{T_*}{k} \left\{ \ln\left(\frac{z}{z_0}\right) - \Psi_H\left(\frac{z}{L}\right) \right\}$$

dove:

$$\Rightarrow \text{per } 1/L > 0 \quad \Psi_H = 2 \ln \left[\frac{1}{2} \left(1 + \sqrt{1 - 1 \frac{z}{L}} \right) \right]$$

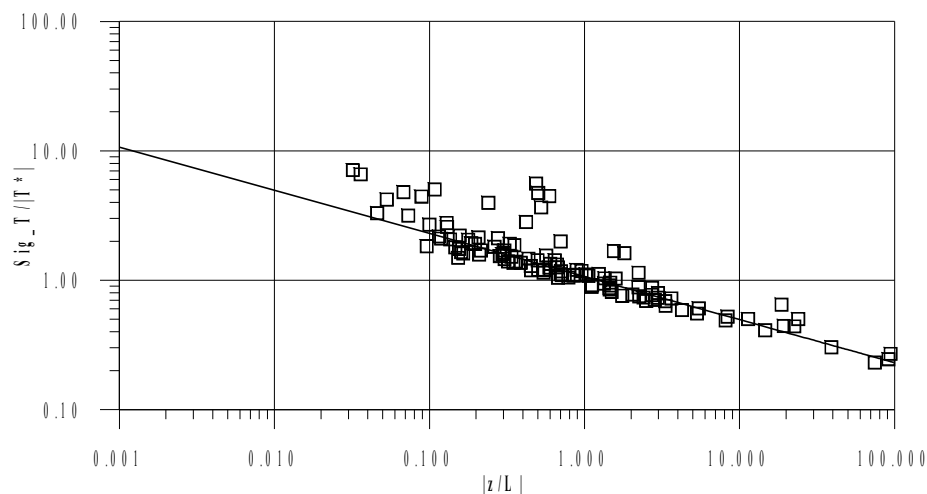
$$\Rightarrow 1/L > 0 \quad \Psi_M = -5 \frac{z}{L}$$

N.B. La variabile θ_{z_0} è la temperatura potenziale che si stabilisce all'interfaccia aria-suolo

Sono state determinate Relazioni di Similarità anche per le varianze e le covarianze delle principali variabili di interesse micrometeorologico.

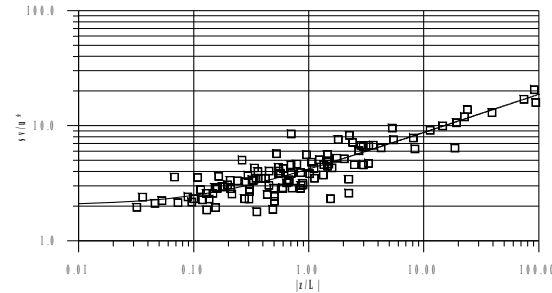
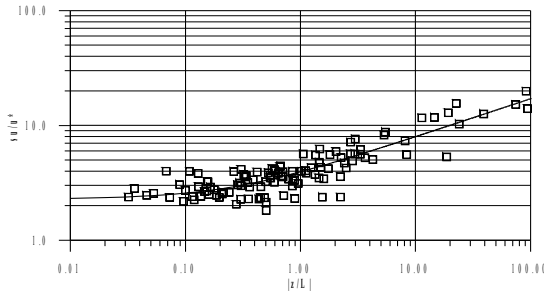
Relazione di Similarità del profilo verticale di σ_θ nel SL

$$\frac{\sigma_\theta}{|T_*|} = \begin{cases} 2(1 + 9.5|z/L|)^{-1/3} & \text{se } z/L < 0 \\ 2(1 + 0.5z/L)^{-1} & \text{se } z/L \geq 0 \end{cases}$$

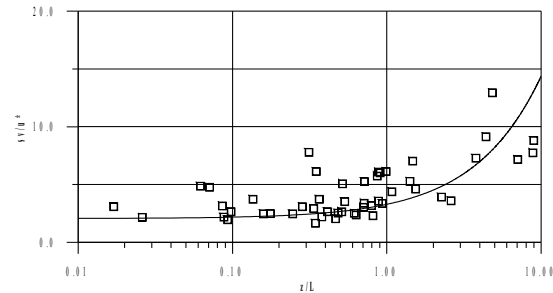
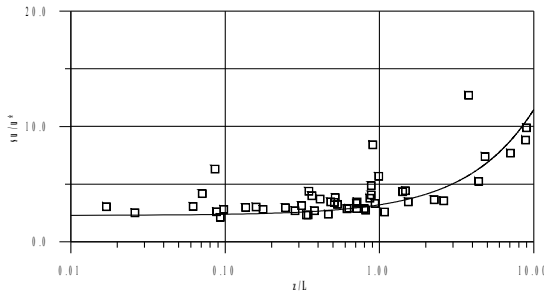


Relazioni di Similarità del profilo verticale di σ_u e σ_v nel SL.

Nelle Situazioni Convettive



Nelle Situazioni Stabili

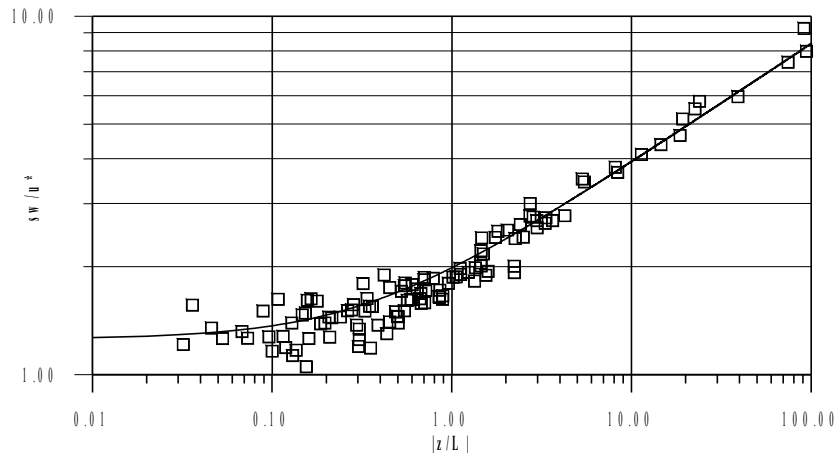


$$\frac{\sigma_{u,v}}{u_*} = \begin{cases} 2.55 \cdot (1 + 1.2 \cdot z/|L|)^{1/3} & \text{per } 1/L < 0 \\ 2.55 \cdot (1 + 0.8 \cdot z/L) & \text{per } 1/L > 0 \end{cases}$$

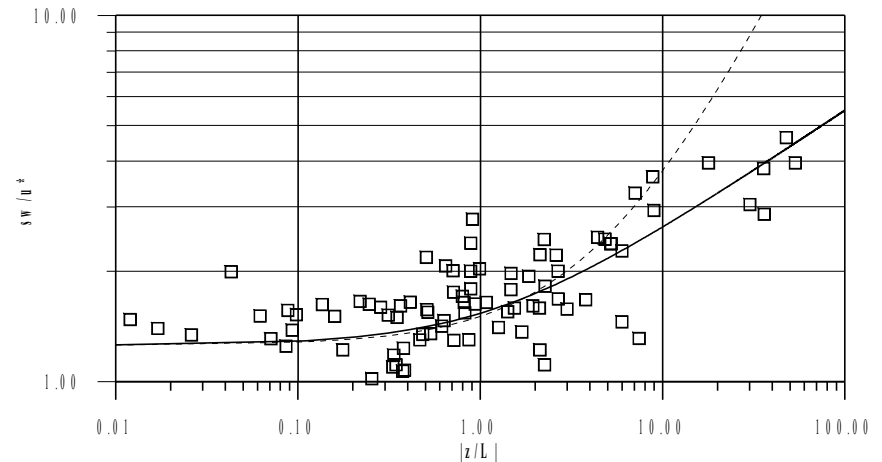
Relazione di Similarità del profilo di σ_w nel SL.

$$\frac{\sigma_w}{u_*} = 1.25 \cdot \begin{cases} (1 + 3|z/L|)^{1/3} & \text{se } z/L < 0 \\ (1 + 0.2z/L) & \text{se } z/L > 0 \end{cases}$$

Situazioni Convettive



Situazioni Stabili



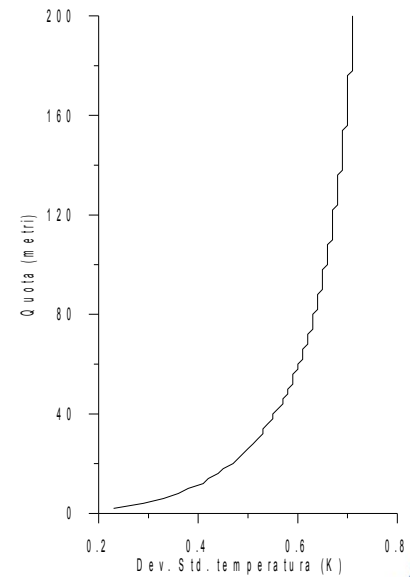
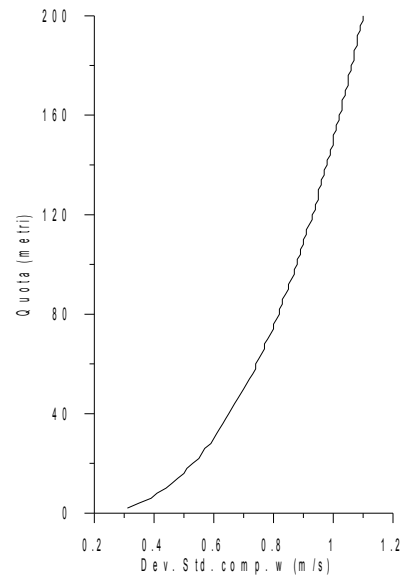
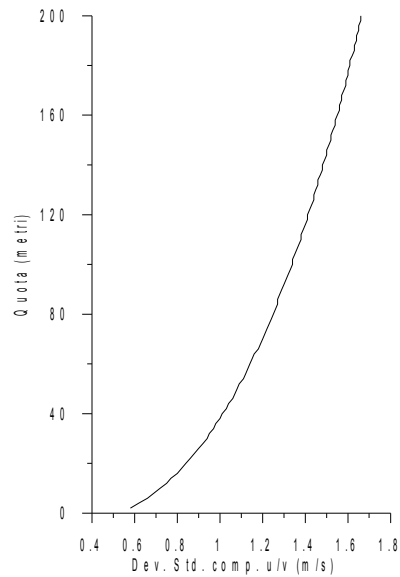
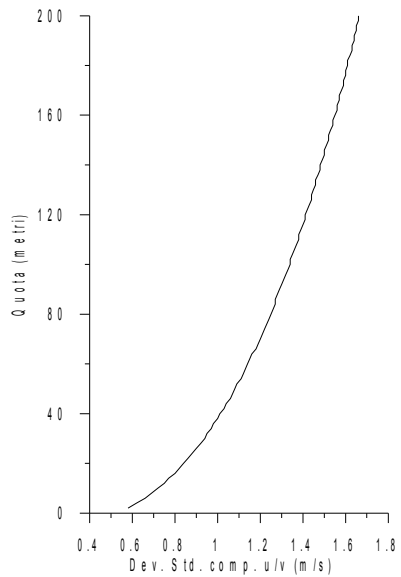
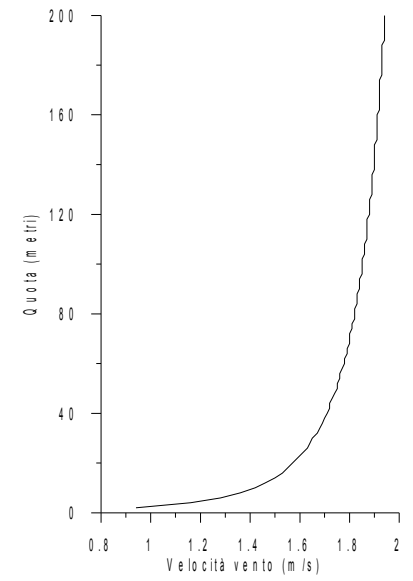
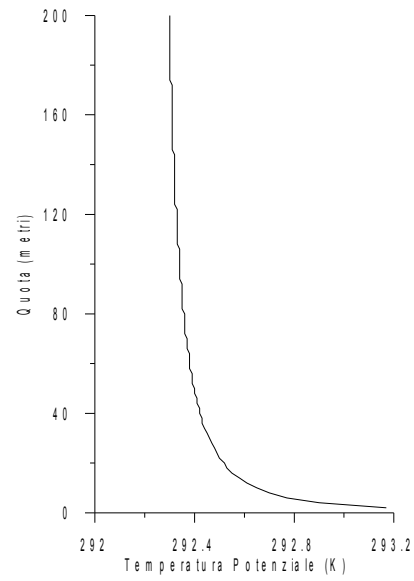
Modello di Similarità del SL

$$Z_0 = 0.2 \text{ m}$$

$$T_a = 293 \text{ K}$$

$$U_* = 0.2 \text{ m/s}$$

$$H_0 = 100 \text{ W/m}^2$$



Relazioni di Similarità per l'intero PBL

Sono state sviluppate anche Relazioni di Similarità valide per l'intero PBL che si basano sulla conoscenza di:

⇒ forzante meccanica u_*

⇒ forzante convettiva H_0

⇒ estensione verticale del PBL z_i

⇒ un nuovo parametro di scala w_* (convective velocity scale) che è nullo nelle situazioni stabili mentre nelle situazioni convettive è definito come:

$$w_* = \left(\frac{g}{T} \frac{H_0}{\rho C_p} z_i \right)^{1/2}$$

N.B. Il rapporto z_i/w_* rappresenta il tempo impiegato da una bolla turbolenta che parte dal suolo a raggiungere la sommità del PBL. Se $z_i=1000\text{m}$ e $w_*=1.5 \text{ ms}^{-1}$, il tempo impiegato dalla bolla è circa 11 minuti.

Profilo verticale delle componenti u e v del vento.

Per quanto riguarda il profilo verticale delle componenti orizzontali medie del vento e della temperatura potenziale, è necessario, oltre ai parametri indicati, anche la conoscenza del *parametro di Coriolis f* (legato alla latitudine ed alla velocità di rotazione terrestre).

$$u(z) = \frac{u_*}{k} \left[\ln\left(\frac{z}{z_0}\right) + b_\mu \left(\frac{z-z_0}{z_i}\right) + b_\mu^* \left(\frac{z-z_0}{z_i}\right)^2 \right]$$

$$v(z) = \frac{u_*}{k} \left[a_\mu \left(\frac{z-z_0}{z_i}\right) + a_\mu^* \left(\frac{z-z_0}{z_i}\right)^2 \right]$$

dove:

$$\mu = \frac{ku_*}{fL}$$

Nelle Situazioni Convettive

$$a_{\mu} = \frac{10}{1+1.581\sqrt{-\mu}}$$

$$a_{\mu}^* = \frac{-5.5}{1+1.581\sqrt{-\mu}}$$

$$b_{\mu} = -34 + \frac{38}{1+0.027\sqrt{-\mu}}$$

$$b_{\mu}^* = 24 - \frac{28.5}{1+0.0027\sqrt{-\mu}}$$

Nelle Situazioni Adiabatiche

$$a_{\mu} = 10 \quad a_{\mu}^* = -5.5 \quad b_{\mu} = 4 \quad a_{\mu}^* = -4.5$$

Nelle Situazioni Stabili

$$a_{\mu} = 10.$$
$$a_{\mu} = 4.0 + 10.20\sqrt{\mu}$$

$$a_{\mu}^* = -5.5 + 1.7647\sqrt{\mu}$$
$$a_{\mu}^* = -4.5$$

Profilo verticale della temperatura potenziale media

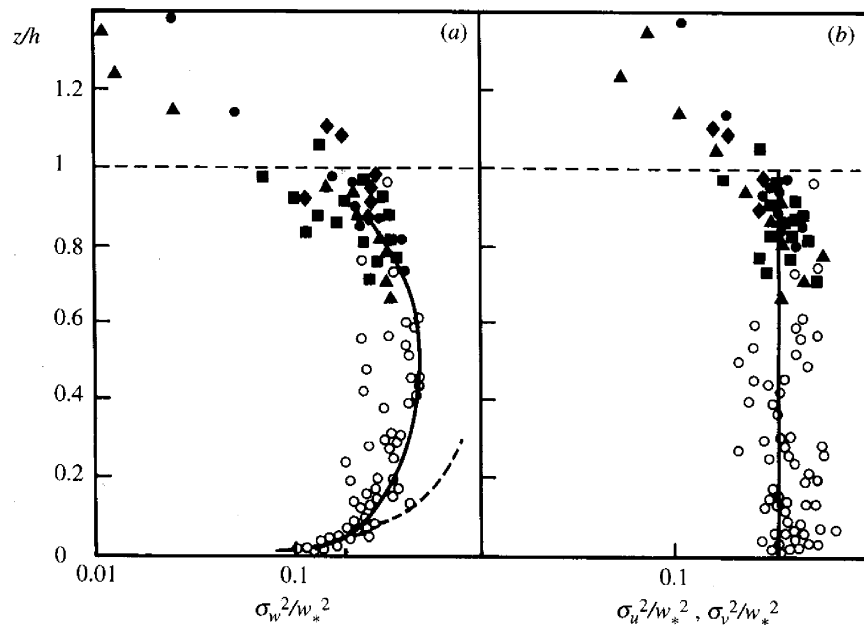
$$\theta(z) - \theta = \frac{-T_*}{k} \left[\ln\left(\frac{h}{z}\right) + \Psi_H(z/L) - C(\mu) \right]$$

$$C(\mu) = \begin{cases} -4.32(\mu - 11.21)^{1/2} & \mu \geq 18 \\ 3.665 - 0.829\mu & 0 \leq \mu < 18 \\ 12 - 8.336(1 - 0.03106\mu)^{-1/3} & \mu \leq 0 \end{cases}$$

$$\mu = \frac{ku_*}{fL}$$

Profilo verticale della varianza delle tre componenti del vento

Queste variabili rivestono un'importanza straordinaria nei modelli di dispersione degli inquinanti di nuova generazione di media ed alta complessità (es. modelli Lagrangiani a particelle)



Alcuni dati sperimentali in Situazioni Convettive

Nelle Situazioni Convettive

$$\sigma_u^2 = \sigma_v^2 = 0.35w_*^2$$

$$\sigma_w^2 = w_*^2 \left\{ \left(\frac{u_*}{w_*} \right)^3 \left(1.6 - \frac{z}{z_i} \right)^{2/3} + 1.2 \frac{z}{z_i} \left(1 - 0.98 \frac{z}{z_i} \right)^{3/2} \right\}^{2/3}$$

Nelle Situazioni Stabili

$$\sigma_u^2 = \sigma_v^2 = 2u_*^2 \left(1 - \frac{z}{z_i} \right)$$

$$\sigma_w^2 = u_*^2 \left(1.7 - \frac{z}{z_i} \right)$$

Per concludere

la **Teoria della Similarità** è uno schema concettuale con cui è possibile costruire relazioni semiempiriche per i **profili verticali delle principali variabili di interesse micrometeorologico**.

Ciò permette di costruire di fatto un modello di PBL alternativo a quello fluidodinamico, totalmente basato su misure, avente come limitazioni il fatto che:

- deve essere applicato a situazioni quasi-stazionarie,
- e ad un sito piano ed omogeneo.

Bibliografia Essenziale

R. Sozzi, T. Georgiadis, M. Valentini (2002): Introduzione alla turbolenza atmosferica (ed. Pitagora)

Approfondimenti:

R.B. Stull (1988): An Introduction to Boundary Layer Meteorology (ed. Kluwer)

Blackadar (1997): Turbulence and Diffusion in the Atmosphere-Lectures in Environmental Sciences (ed. Springer)

J.R. Garratt (1992): The atmospheric boundary layer (Cambridge University Press)

Z. Sorbjan (1989): Structure of the atmospheric boundary layer (Prentice Hall)

H. Panofsky, J. Dutton: Atmospheric turbulence (L. Waley&Sons)