



*Meteorologia e Micrometeorologia
per l'inquinamento atmosferico
2011*

Parte 7

**Il PBL in condizioni di omogeneità
superficiale**

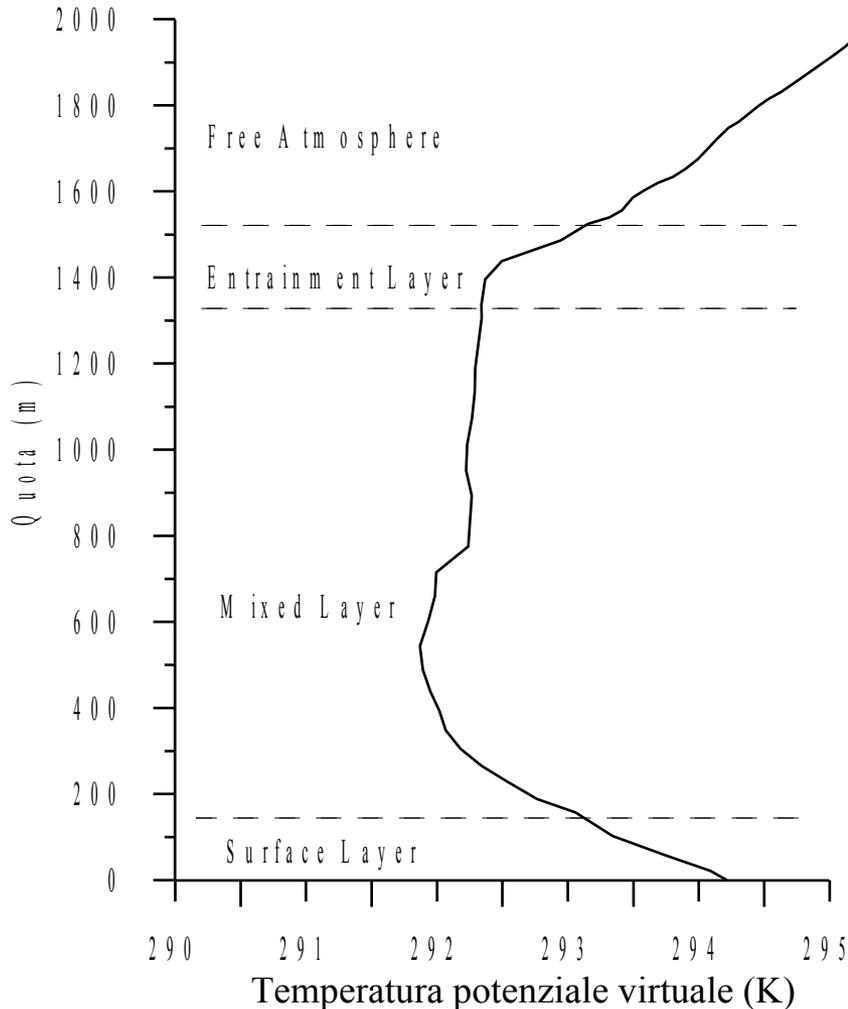
*dott. Roberto Sozzi
dott. Andrea Bolignano*

LA STRUTTURA DEL PBL IN CONDIZIONI DI OMOGENEITA' SUPERFICIALE

Nel corso dell'esposizione saranno evidenziati i seguenti punti:

- *Rugosità superficiale del suolo*
- *Meccanismo di ripartizione dell'energia disponibile al suolo e il suo trasferimento al PBL*
- *Strutture coerenti e i flussi ascendenti e discendenti di aria entro il PBL convettivo*
- *Struttura turbolenta del PBL stabile*
- *Evoluzione temporale del PBL stabile*

Il **PBL convettivo** è particolarmente sviluppato nelle ore diurne in un giorno sereno e soleggiato. Esso presenta una tipica **struttura a tre strati** visibili dal profilo della temperatura potenziale:



SL: strato caratterizzato da un gradiente di temperatura **negativo**. La sua estensione coincide con l'inizio di un gradiente di temperatura nullo;

ML: strato caratterizzato da un gradiente di temperatura **prossimo allo zero**. In esso si instaura una circolazione ad area limitata di strutture coerenti;

EL: strato caratterizzato da un gradiente di temperatura **positivo**

costituendo di fatto una barriera fisica ai movimenti verticali delle strutture coerenti.

Caratteristiche principali del Surface Layer

Nello strato superficiale i profili verticali delle variabili medie e dei momenti di ordine superiore sono descritti dalla *teoria della Similarità di Monin-Obukhov*.

L'obiettivo che ci proponiamo è duplice:

- 1. Definire in modo rigoroso la rugosità nello strato superficiale;*
- 2. Analizzare la ripartizione tra flusso di calore sensibile e flusso di calore latente dell'energia disponibile al suolo:*

$$R_n - G_0 = H_E + H_0$$

Flusso turbolento di calore sensibile

Flusso turbolento di calore latente

Energia trasferita al sottosuolo

Radiazione netta

$$R_n = (1-\alpha) R_g + I_{\downarrow} - I_{\uparrow}$$

PRINCIPALI RELAZIONI DI SIMILARITA' NEL SURFACE LAYER

Relazione di Similarità per il profilo verticale della componente u della velocità media:

$$u(z) = \frac{u}{k} \left\{ \ln \left(\frac{z}{z_0} \right) - \Psi_M \left(\frac{z}{L} \right) \right\}$$

Relazione di Similarità per il profilo verticale del valor medio di θ :

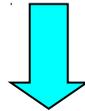
$$\theta(z) = \theta_{z_0} + \frac{T}{k} \left\{ \ln \left(\frac{z}{z_{0_H}} \right) - \Psi_H \left(\frac{z}{L} \right) \right\}$$

Relazione di Similarità per il profilo verticale dell'umidità dell'aria q :

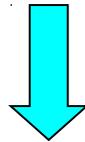
$$q(z) = q_0 + \frac{q}{k} \left\{ \ln \left(\frac{z}{z_{0q}} \right) - \Psi_q \left(\frac{z}{L} \right) \right\}$$

La correzione $\Psi_{M,H,q}(z/L)$ è l'elemento semiempirico della Teoria della Similarità e va individuato direttamente dalle misure.

La descrizione del Surface Layer mediante le relazioni di Similarità non rispecchia ciò che accade nei primissimi strati di aria a contatto diretto con il suolo.

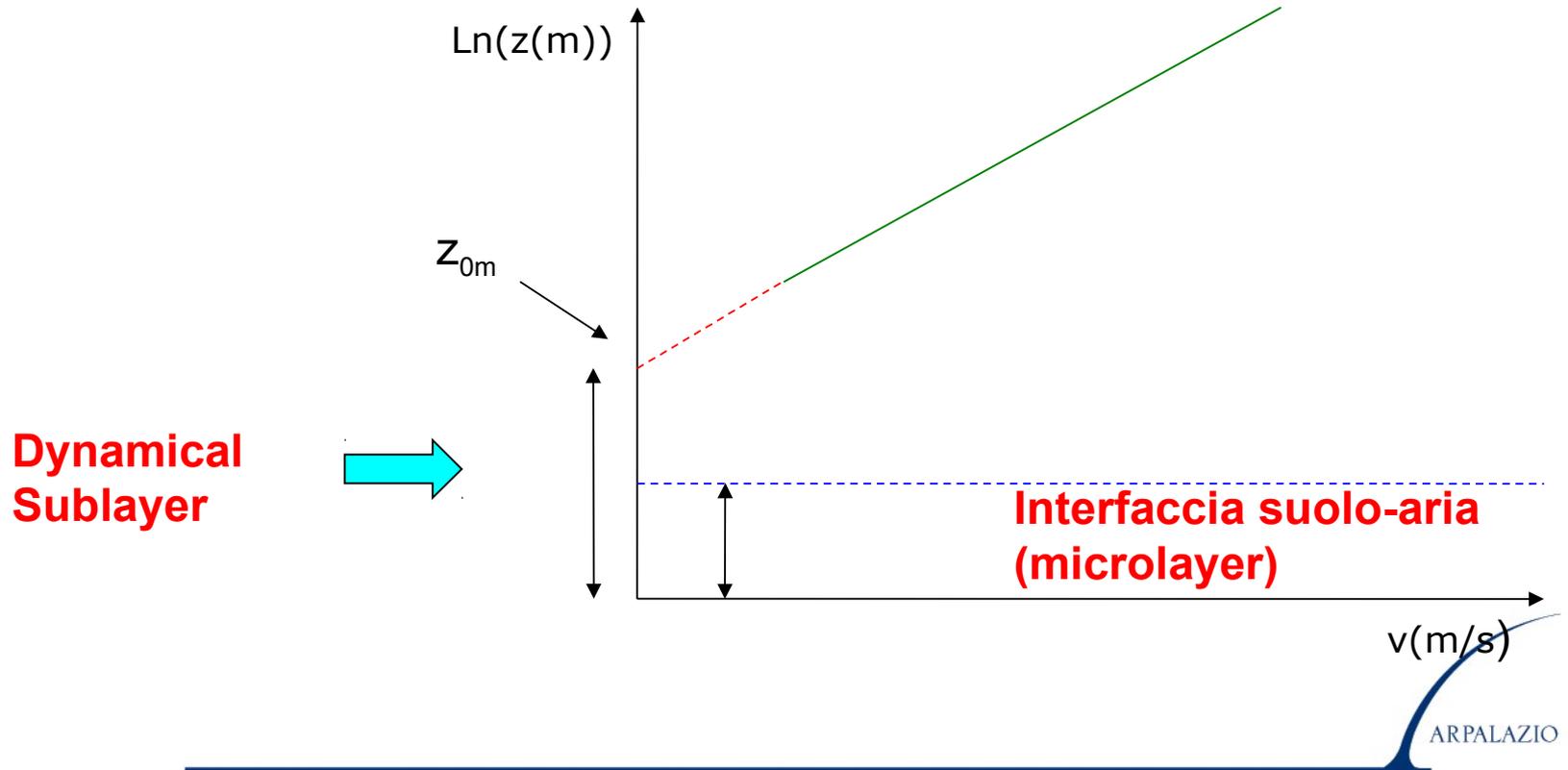


*I singoli **elementi di rugosità** della superficie nonché la **viscosità dell'aria** complicano in maniera notevole la descrizione fluidodinamica dell'aria.*

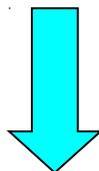


E' quindi necessaria una semplificazione (schematizzazione) della realtà

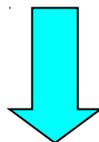
- Sicuramente all'interfaccia suolo-aria la velocità del vento sarà nulla a causa della "no - slip condition"
- All'interfaccia suolo-aria la temperatura e l'umidità dell'aria assumono un ben preciso valore pari a rispettivamente a θ_s e q_s
- Ipotesi: in tutto il **dynamical sublayer** il profilo della velocità segue una legge logaritmica, esisterà una quota z_{0m} per cui la velocità si annulla.



Estrapolando i profili logaritmici per la temperatura potenziale e per l'umidità specifica, si indicano con z_{0h} e z_{0q} le quote rispettivamente per cui le rispettive grandezze uguagliano il valore a $z=0$.



z_{0m} : parametro di rugosità per la quantità di moto
 z_{0h} : parametro di rugosità per la temperatura potenziale
 z_{0q} : parametro di rugosità per l'umidità specifica

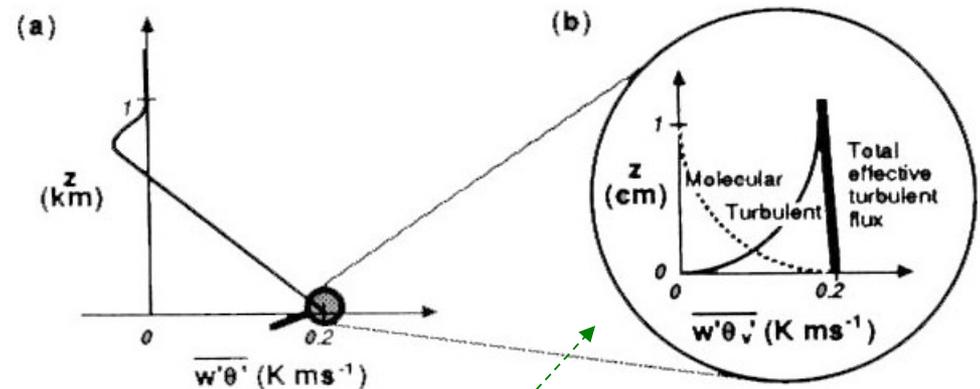


Questi parametri, in generale diversi tra loro, dipendono dal tipo di suolo, dalla sua struttura geometrica e dal moto dell'aria.

Le situazioni che si considerano qui sono solo quelle tipiche di una distesa piatta, di dimensioni infinite e coperta da vegetazione di moderata estensione verticale

Nel passaggio di una massa d'aria su una superficie solida (ad es. terreno desertico) si forma uno strato di ridottissime dimensioni (dell'ordine del millimetro) detto **microlayer** (δ_1).

Nel **microlayer** avvengono gli scambi energetici tra il terreno e lo strato limite planetario secondo le seguenti modalità



Nella figura è riportato l'andamento del flusso di calore (**turbolento + molecolare**) per lo strato di 1 cm

Lo spessore del microlayer, in prima approssimazione, è dato dalla seguente espressione

$$\delta_l \approx 30 \frac{\nu}{u}$$

Supponendo $u^* = 0.2 \text{ ms}^{-1}$
con ν viscosità cinematica dell'aria



$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \approx 1.460 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$$



$$\delta_l \approx 2 \text{ mm}$$

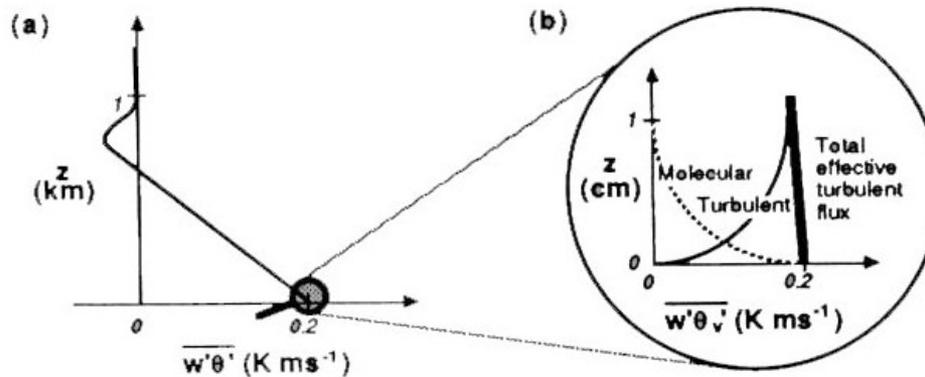
μ viscosità dinamica



$$\mu = 1.789 \cdot 10^{-5} \text{ Kg} \cdot \text{m}^{-1} \text{ s}^{-1}$$

$$u^2 = \sqrt{\left[\left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N u'_i w'_i \right)^2 + \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v'_i w'_i \right)^2 \right]}$$

$$\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial z}$$



Studiamo ciò che accade nel **microlayer** da un punto di vista quantitativo

Quantità di calore all'interno del microlayer:

Legge di Fourier

$$H_0 = -v_\theta \frac{\partial T}{\partial z}$$

Flusso turbolento di calore sensibile

dove v_θ è la diffusività termica molecolare (dell'ordine di $2 \times 10^{-5} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ per l'aria). Per un valore tipico di H_0 di $0.2 \text{ K} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ $\left(243 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}\right)$

$$\Rightarrow \frac{\partial T}{\partial z} = 10 \text{ K} \cdot \text{mm}^{-1}$$

Nello spessore di 1 mm vi è un gradiente di temperatura di 10 K!!

In definitiva

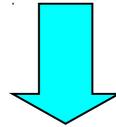


- Nelle regioni immediatamente a contatto con il suolo il flusso di calore e di quantità di massa (vapor d'acqua) è dovuto a processi di diffusione molecolare
- Nelle regioni immediatamente a contatto con il suolo il flusso di quantità di moto è determinato sia dalla diffusione molecolare che dai gradienti di pressione locali per effetto della presenza di irregolarità nel terreno



*Il meccanismo principale per il trasferimento di calore dal terreno per tutto il **microlayer** è la **diffusione molecolare**.*

La **lunghezza di rugosità** z_0 è una lunghezza caratteristica che rappresenta aerodinamicamente la rugosità della superficie su cui scorrono le masse d'aria. Essa è definita come la quota in cui la velocità media del vento diviene nulla:



$$\bar{M}(z_0) = 0$$

Z_0 è determinata graficamente estrapolando profilo di vento fino alla quota per cui $\bar{M} = 0$

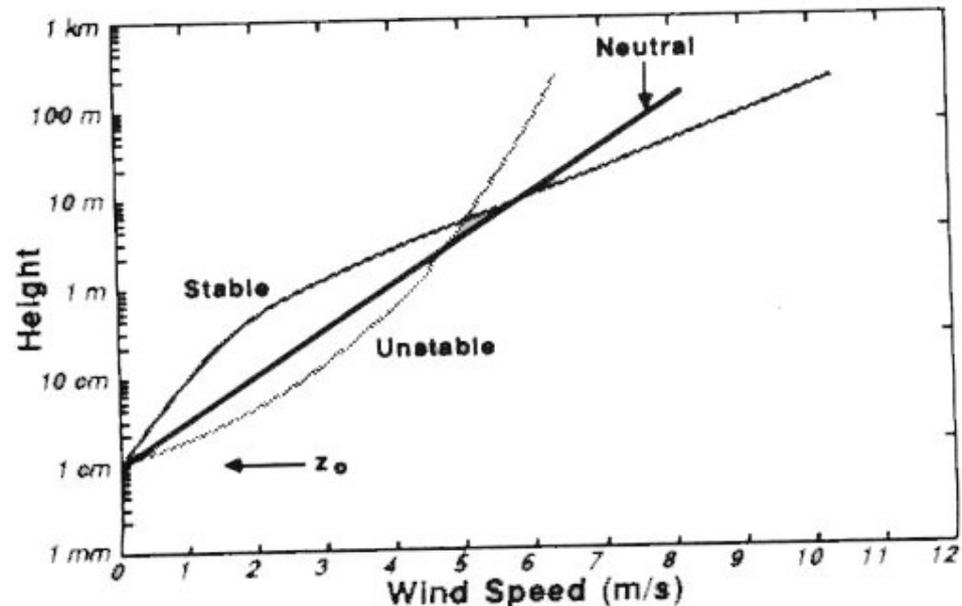
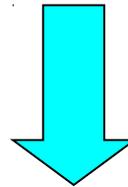


Grafico semilogaritmico

Per una *superficie coperta da vegetazione* si presenta il problema di quale sia la quota zero.

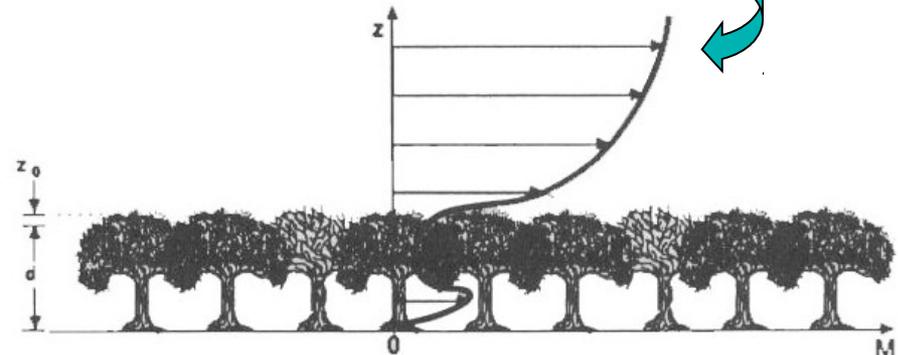
Per convenzione si considera come quota z_0 la quota su cui giacciono gli elementi di rugosità



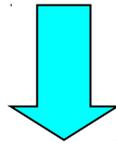
Si evidenzia un ulteriore strato, tra il suolo ed una quota d (**displacement height**) prossima all'altezza media degli elementi di rugosità (altezza media della vegetazione)

Canopy Layer

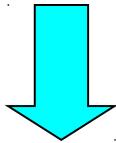
Profilo logaritmico



Al di sopra del canopy layer la velocità media del vento è descritta dalla teoria della similarità di Monin–Obukhov in cui alla variabile z si sostituirà la variabile ridotta $z-d$



In pratica il profilo del vento si annullerà alla quota $d+z_0$ secondo la seguente relazione



$$U(z) = \frac{u}{k} \left[\ln \left(\frac{z-d}{z_0} \right) - \psi_m(\zeta) \right]$$

***N.B.* La dipendenza delle relazioni di Similarità da $(z-d)$ si estende anche al profilo della temperatura potenziale e dell'umidità specifica.**

Z_0 e d sono parametri che si determinano sperimentalmente.

<i>Tipo di Suolo</i>	z_0 (m)	d (m)
Giaccio	$0.1 \cdot 10^{-4}$	-
Neve	10^{-4}	-
Deserto sabbioso	0.0003	-
Suolo nudo	0.005	-
Prato di erba bassa	0.02	0.1
Prato di erba alta	0.05	0.5
Campi di grano	0.02	0.25
Mais	0.06	0.8
Fagioli	0.08	1.18
Viti	0.1	1.1
Savana	0.4	8
Boschi	0.4	10-15
Pineta	0.5	13
Conifere	1.	10.
Foresta tropicale	2.	35

In particolare per d si usa la seguente relazione:

$$d = \frac{2}{3} h_r$$

con h_r altezza tipica degli elementi di rugosità (ad es. l'altezza media della vegetazione).

Meccanismo di ripartizione superficiale dell'energia disponibile

Il bilancio energetico superficiale è dato da:

$$R_n - G_0 = H_E + H_0$$

- R_n (**Radiazione Netta**) è la quantità di energia disponibile al suolo e pari a:

$$R_n = (1-\alpha) R_g + I_{\downarrow} - I_{\uparrow}$$

- G_0 *flusso di calore nel suolo*
- H_E *flusso turbolento di calore latente*
- H_0 *flusso turbolento di calore sensibile*
- α *albedo del suolo*

H_0 e H_E si misurano direttamente mediante le seguenti relazioni:

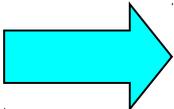
$$H_0 = \rho C_p \cdot (\overline{w' \theta'})$$

$$H_E = \lambda \rho \cdot (\overline{w' q'})$$

con ρ densità dell'aria λ calore latente di evaporazione dell'acqua

$$\lambda = 2.45 \cdot 10^6 \cdot J \cdot Kg^{-1}$$

E' definito un rapporto indicato con B_0

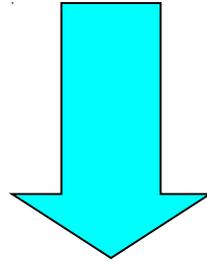
 $B_0 = \frac{H_0}{H_E}$ Rapporto di Bowen

B_0 ci informa circa la distribuzione del calore nel SL.
Sperimentalmente si nota che

 **Suoli aridi o semiaridi, quindi poveri di umidità, trasformano l'energia disponibile preferibilmente in H_0 e ciò determina valori di B elevati (circa 5)**

 **Suoli molto umidi trasformano l'energia disponibile in calore latente (H_E) (0.5 per prati in condizioni normali, 0.2 per campi irrigati)**

Modello di Penman-Monteith



Il modello consente la stima di H_0 e H_E .

- 1. Sia il flusso turbolento di calore sensibile che il flusso turbolento di calore latente sono **proporzionali** all'**energia disponibile all'interfaccia suolo-aria****
- 2. L'uno prevale sull'altro, a parità di energia disponibile, in funzione delle caratteristiche del suolo**

Ad esempio: in un suolo vicino alla saturazione cresce la frazione di energia dedicata all'evaporazione dell'acqua

Processi molto complessi che necessitano di una schematizzazione



Modello di Priestley-Taylor

(semplificazione del Modello di Penman-Monteith)

$$H_0 = \frac{(1 - \alpha) + \frac{\gamma}{s}}{1 + \frac{\gamma}{s}} \cdot (R_n - G_0) - \beta$$

α e β sono due parametri semiempirici dipendenti dal tipo di suolo e dall'umidità. Per β si usa sempre il valore di 20 (Wm^{-2}). Per α si usano i valori riportati in tabella

$$H_E = \frac{\alpha}{1 + \frac{\gamma}{s}} \cdot (R_n - G_0) + \beta$$

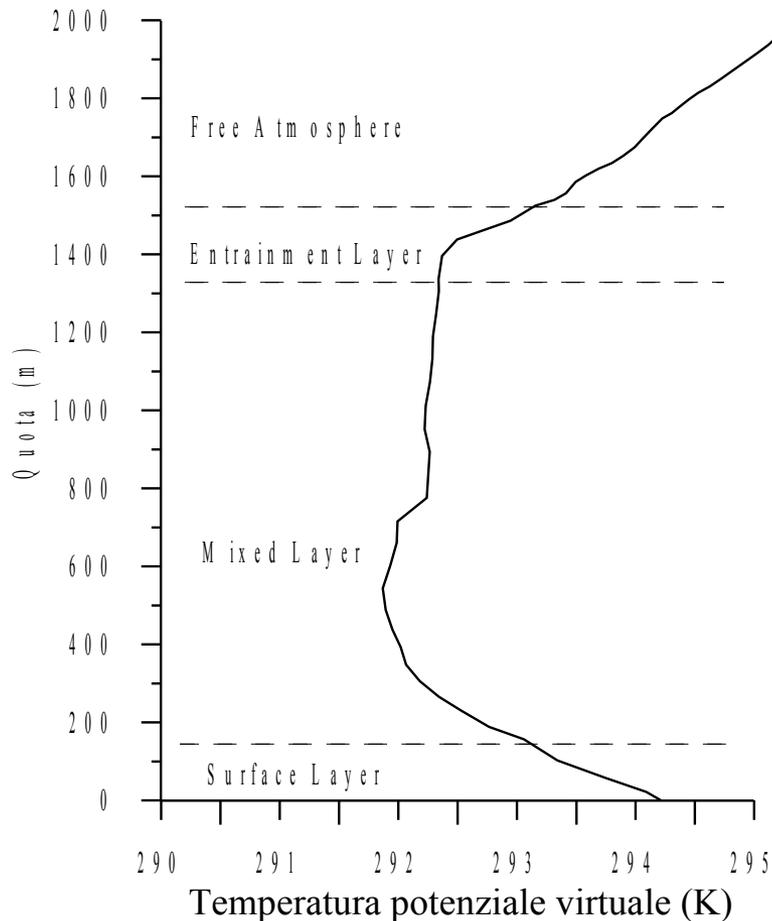
$$s = \frac{dq_s}{dT} \quad \text{Variazione dell'umidità specifica al suolo in funzione di variazioni di } T$$

$$\gamma = \frac{C_p}{\lambda} \quad \text{Costante psicrometrica}$$

Medie latitudini

<i>Tipo di Suolo</i>	α
deserto secco senza pioggia per mesi	0.0 ÷ 0.2
zone rurali aride	0.2 ÷ 0.4
campi coltivati o meno, in periodi secchi	0.4 ÷ 0.6
ambiente urbano	0.5 ÷ 1.0
campi coltivati nei periodi umidi e foreste	0.8 ÷ 1.2
laghi ed oceani	1.2 ÷ 1.4

Il **PBL convettivo** è particolarmente sviluppato nelle ore diurne in un giorno sereno e soleggiato. Esso presenta una tipica **struttura a tre strati** visibili dal profilo della temperatura potenziale:



SL: strato caratterizzato da un **gradiente di temperatura negativo**. La sua estensione coincide con l'inizio di un gradiente di temperatura nullo;

ML: strato caratterizzato da un **gradiente di temperatura prossimo allo zero**. In esso si instaura una circolazione ad area limitata di strutture coerenti;

EL: strato caratterizzato da un **gradiente di temperatura positivo** costituendo di fatto una **barriera fisica ai movimenti verticali delle strutture coerenti**.

MIXED LAYER

Nelle ore più calde della giornata l'energia disponibile viene trasferita ai primi strati di aria a contatto con il terreno (secondo le modalità discusse per il SL)

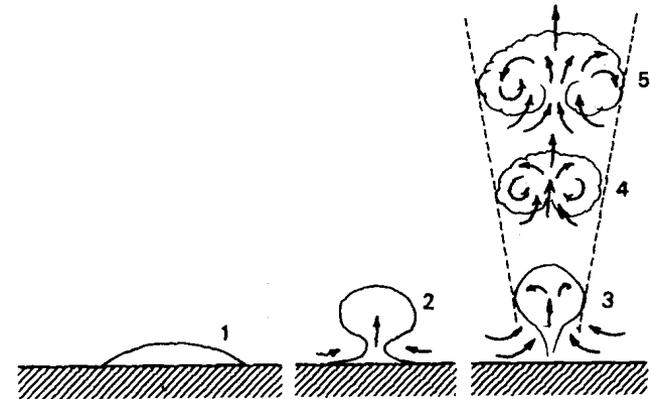
$$T_{\text{terreno}} > T_{\text{aria}}$$

In assenza di vento

Il flusso di calore dal terreno all'atmosfera sovrastante provoca l'accrescimento di bolle d'aria dette **piume convettive**

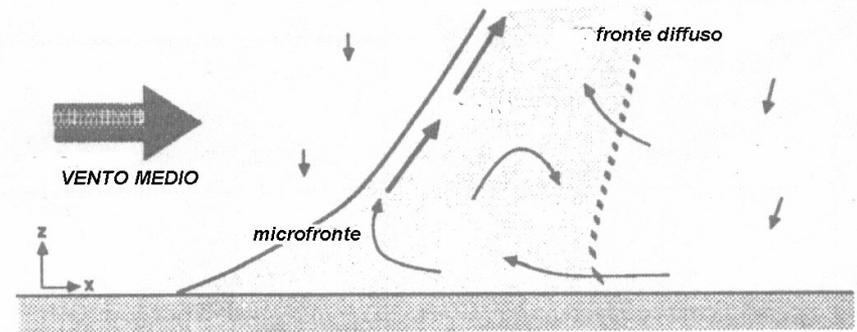


Le piume convettive sono formate da masse d'aria aventi elevata turbolenza interna.



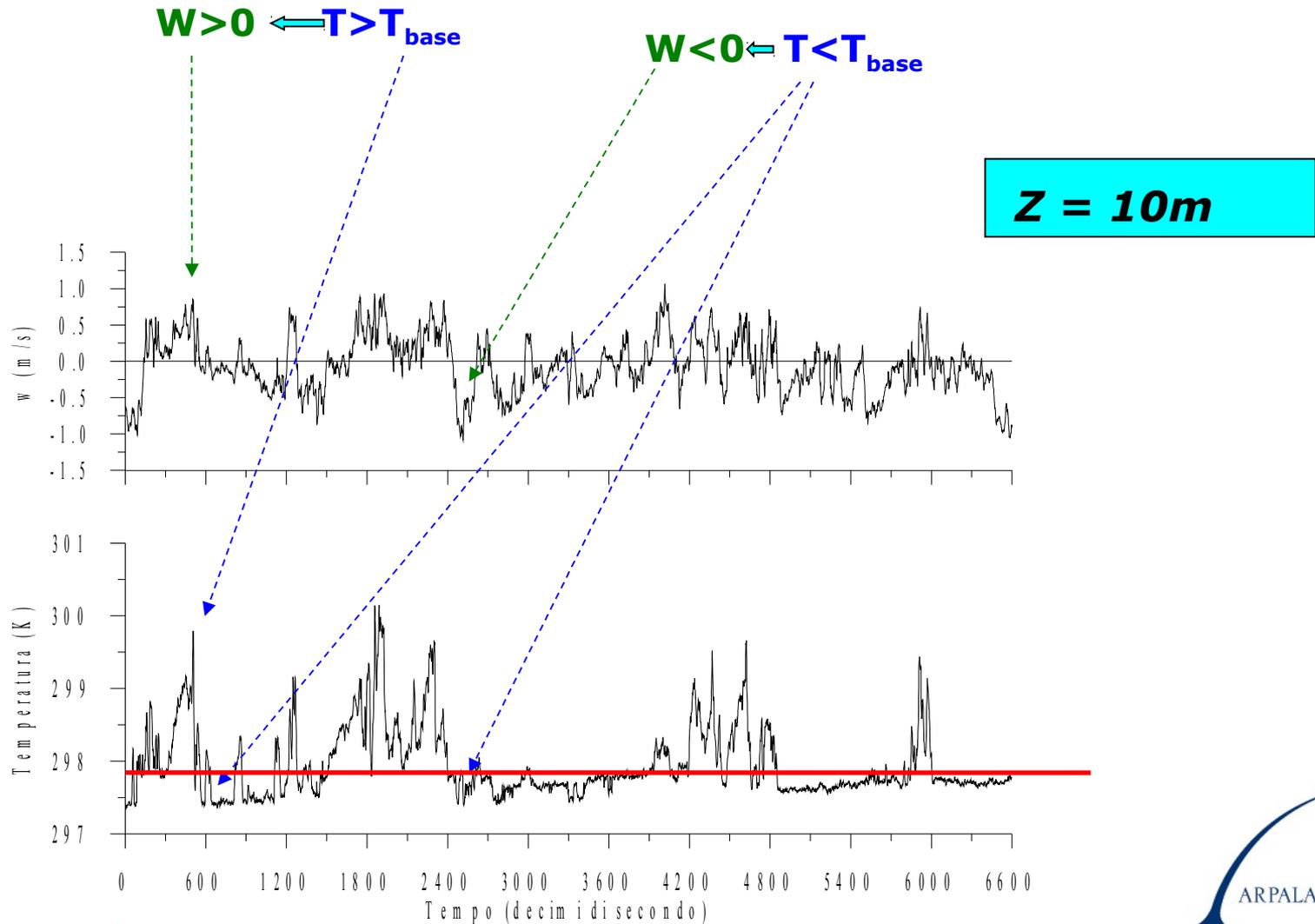
In presenza di vento medio orizzontale il processo di formazione delle piume convettive subisce un leggero cambiamento

La piuma si sposta nella direzione orizzontale con una velocità pari alla velocità del vento mediata su tutto il profilo



- La velocità della piuma convettiva è maggiore della velocità del vento superficiale e minore del 70% della velocità del vento nel ML
- L'inclinazione della piuma rispetto alla direzione verticale è sui 45°

Il processo di formazione delle piume convettive **non** è continuo nel tempo e nello spazio ma è **intermittente e discontinuo**



Una volta staccatesi dal terreno, le piume convettive si innalzano e tendono ad organizzarsi in strutture più complesse



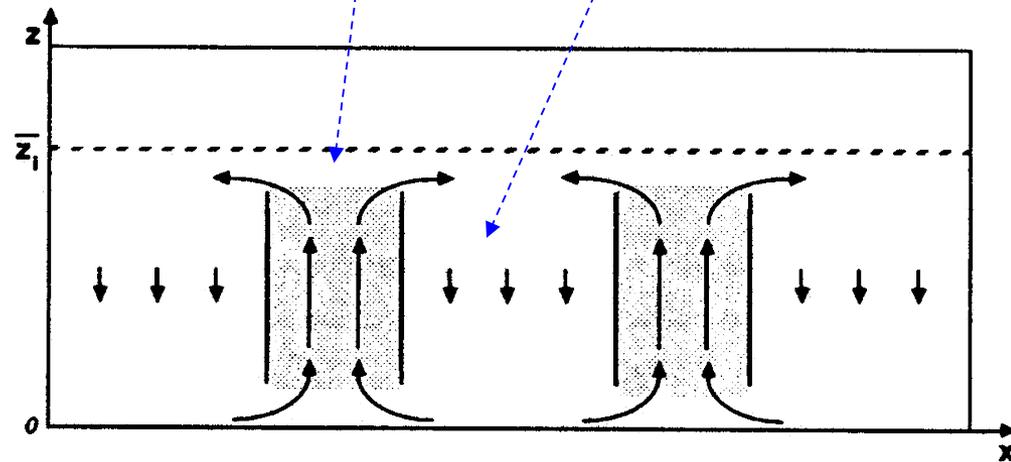
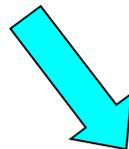
Strutture Coerenti

Le strutture coerenti sono colonne di **aria calda ascendenti (updraft)** che si originano dalle piume termiche e che percorrono compatte il ML, separate da **colonne di aria fredda discendenti (downdraft)**

Updraft

Downdraft

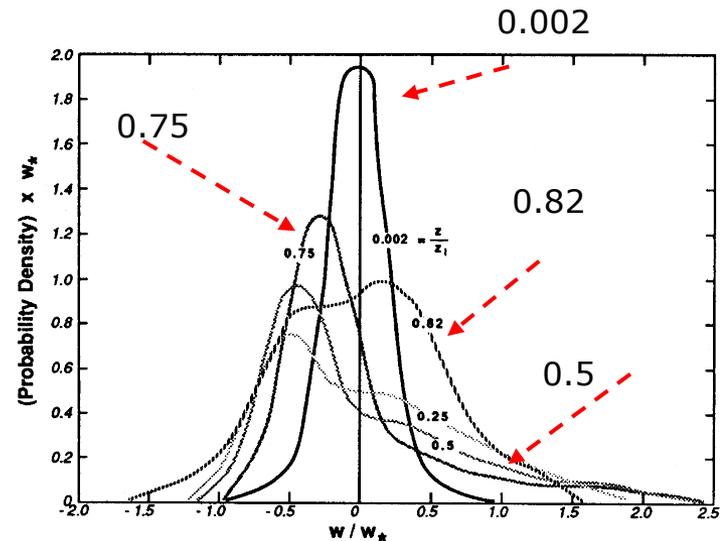
Le correnti **updraft** possono raggiungere una velocità massima di 5 ms^{-1} , mentre la velocità di discesa delle **downdraft** è dell'ordine di 1 ms^{-1}



Incremento verticale del PBL
(Updraft + Downdraft = $1.5 z_i$)



Possiamo vedere la distribuzione di probabilità delle velocità verticali come la **somma** di due curve gaussiane



$$p(w, z) = A \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_A} \exp\left[-\frac{(w - w_A)^2}{2\sigma_A^2}\right] + B \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_B} \exp\left[-\frac{(w + w_B)^2}{2\sigma_B^2}\right]$$

Commenti

- per $z/z_i=0.002$ cioè nei primi strati del SL, la Distribuzione di Probabilità $p(w, z)$ delle velocità verticali è simmetrica sia in termini di intensità che di frequenza
- per $z/z_i=0.5$ la DP è *sbilanciata* verso valori negativi. Vi sono più particelle discendenti che ascendenti, anche se queste ultime presentano intensità maggiori
- per $z/z_i=0.82$ la DP tende a divenire simmetrica in termini di frequenza ma l'intensità delle particelle ascendenti è maggiore

$$\sigma_A = w_A$$

$$\sigma_B = w_B$$

$$w_B = \frac{\sqrt{(w^3)^2 + 8(w^2)^3} - w^3}{4w^2}$$

$$w_A = \frac{w^2}{2 \cdot w_B}$$

$$A = \frac{w_B}{w_A + w_B}$$

$$B = \frac{w_A}{w_A + w_B}$$

OVERSHOOTING

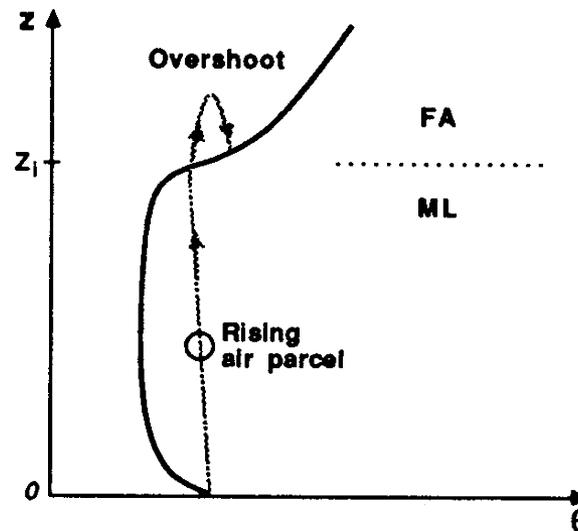
- Alla quota z_i , per effetto dell'inversione del profilo di temperatura potenziale la massa d'aria costituente l'*updraft* è soggetta ad una *buoyancy negativa*.
- Tuttavia per inerzia alcuni *updraft* sconfinano nell'atmosfera libera (FA, Free Atmosphere)
- La FA, caratterizzata da **bassi** valori di turbolenza, e l'inversione di temperatura impediscono alle particelle dell'*updraft* di penetrare ulteriormente nella FA costringendo le particelle più energetiche a "ripiegare" nel ML

Intrappolamento di inquinanti nel ML

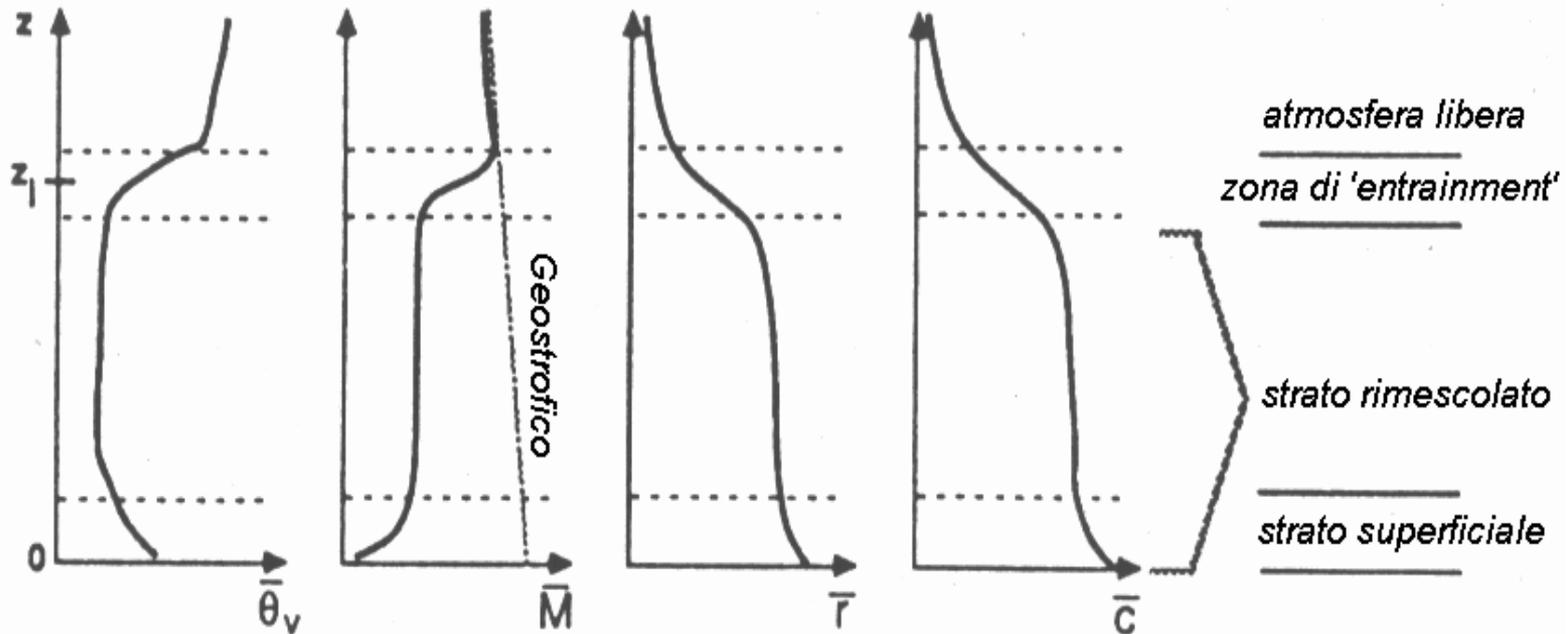
Nella fase di discesa le particelle d'aria inglobano aria della FA

Entrainment a senso unico

Espansione verticale del PBL

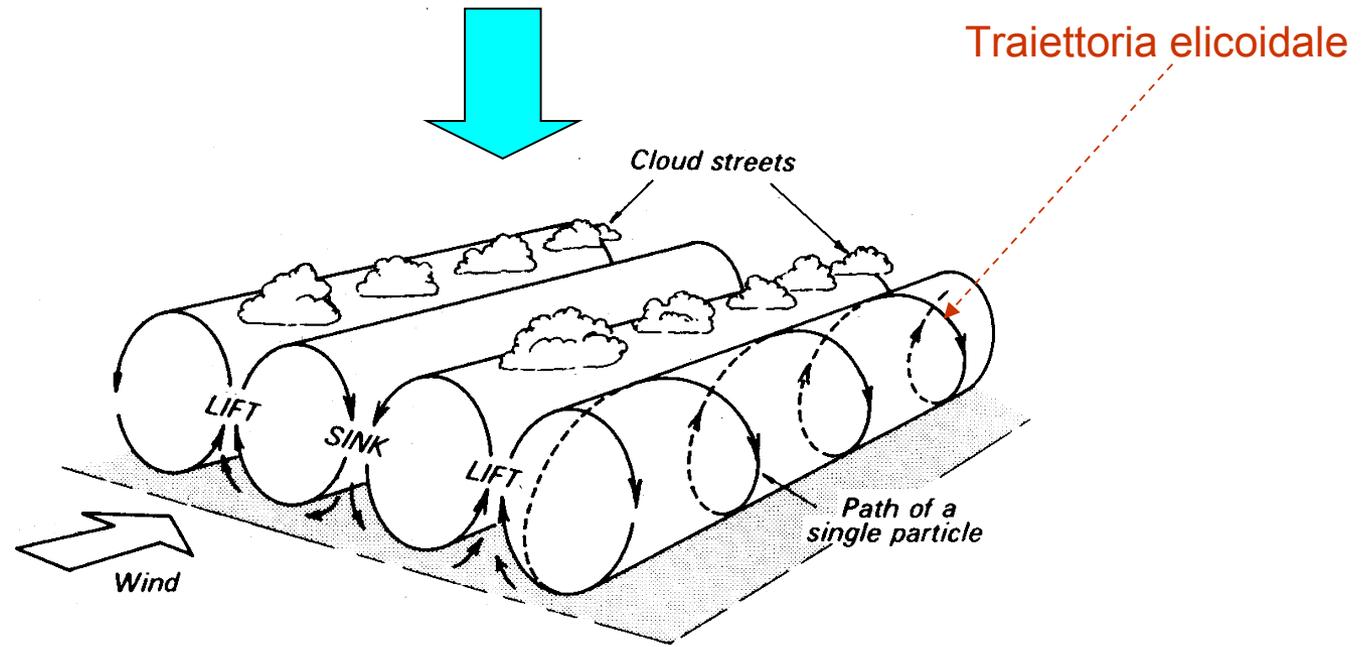


Entrainment di aria secca



- la velocità media del vento è subgeostrofica per effetto della maggiore turbolenza presente negli strati bassi dell'atmosfera **per effetto del riscaldamento diurno del suolo e di eventuali ostacoli**
- l'incremento della velocità media nella zona di entrainment sta a significare la piccola "influenza" delle rugosità sulle masse d'aria della FA

Velocità del vento maggiore di 6 ms^{-1}



- I rulli ruotano intorno ad un asse disposto lungo la direzione del vento;
- I rulli si formano quando vi è avvezione di aria fredda su una superficie calda

ALTEZZA DEL PBL CONVETTIVO

Da quanto abbiamo visto si evince che la circolazione delle strutture coerenti nel PBL, in prima approssimazione, dipende dalla **turbolenza meccanica** (vento forte, ostacoli), dal **flusso turbolento di calore sensibile** e dall'**altezza di rimescolamento z_i**

Modello termodinamico

Modello dedicato alla previsione di z_i che tiene conto solamente degli aspetti termodinamici

Non considera aspetti meccanici, quale il processo di entrainment

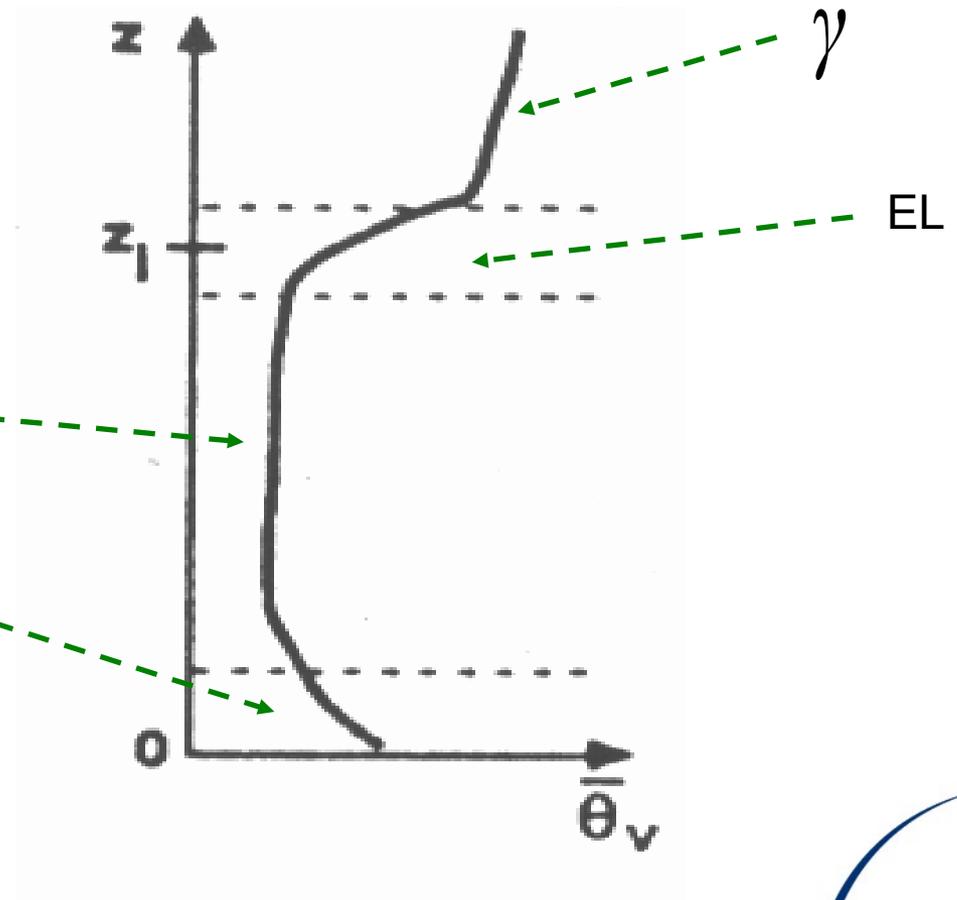
Regione omogenea in assenza di effetti avvertivi

Profilo verticale della temperatura potenziale rappresentativo di una vasta area

In una regione pianeggiante ed omogenea, in assenza di avvezione, il profilo di temperatura potenziale è rappresentativo di una vasta area.

In situazioni normali (giorno soleggiato senza vento) il gradiente di temperatura potenziale presenta il seguente andamento:

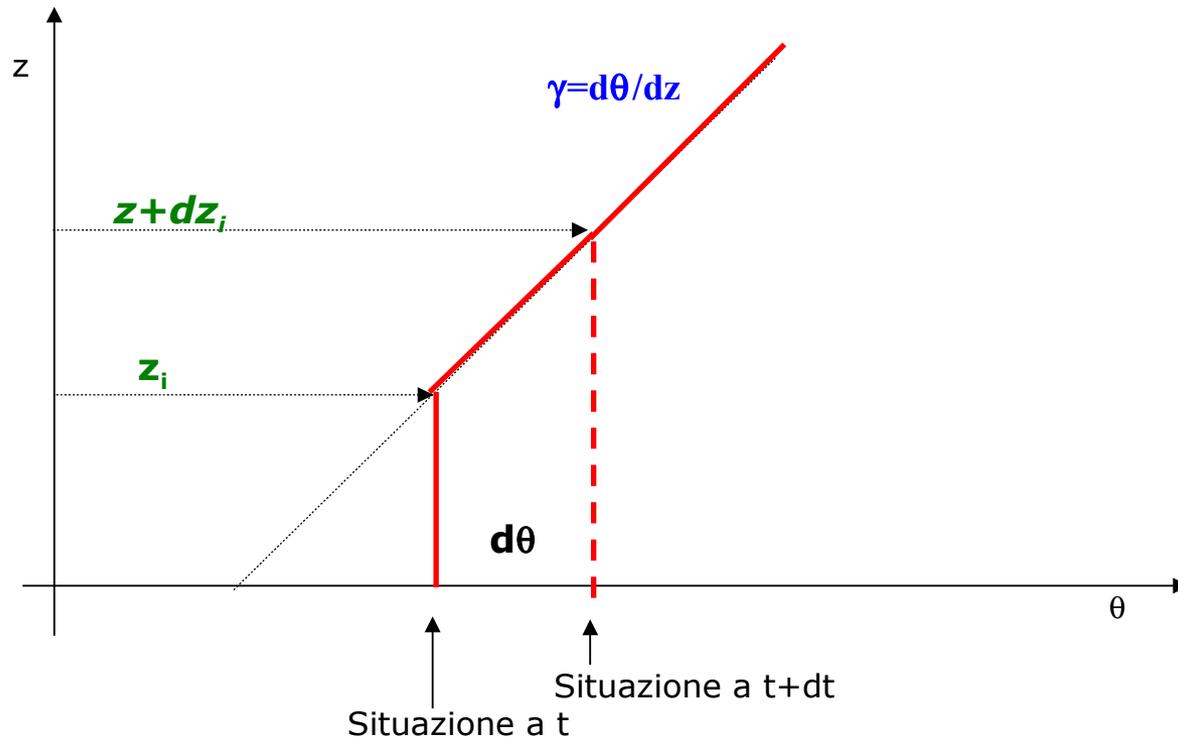
- gradiente *positivo* γ nella FA
- gradiente *positivo* nel EL
- gradiente *nullo* nel ML
- gradiente *negativo* nel SL



Per fare un modello per la crescita del PBL convettivo dobbiamo apportare delle opportune semplificazioni alla rappresentazione precedente

- *trascuriamo il SL e EL e quindi immaginiamo che tutto il PBL in realtà sia rappresentato dal solo ML*
- *il profilo di temperatura potenziale risulta costante e pari ad un valore θ_0 per tutto il PBL*
- *al di sopra del PBL la temperatura potenziale cresce linearmente con gradiente costante γ*





➔ **Il problema è determinare l'evoluzione temporale di z_i in un tempo dt**

In un tempo dt la temperatura potenziale media del PBL aumenterà di una quantità $d\theta$ il cui effetto sarà un'erosione di una porzione sovrastante di aria avente un gradiente di temperatura γ

Dalla definizione di gradiente di temperatura potenziale:

$$\gamma = \frac{d\theta}{dz_i} \quad (1)$$

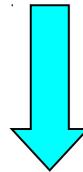
Dalla (1) \longrightarrow

$$dz_i = \frac{1}{\gamma} d\bar{\theta} \quad (2)$$

Il nostro scopo è ricavare l'evoluzione temporale di z_i , cioè $z_i(t)$

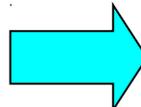
Dalla (2):

$$\frac{dz_i}{dt} = \frac{1}{\gamma} \frac{d\bar{\theta}}{dt} \quad (3)$$

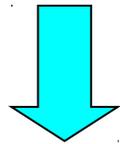


Equazione di evoluzione dell'altezza del PBL convettivo

La variazione temporale dell'altezza del PBL convettivo è dovuta all'apporto di calore all'interno del PBL stesso

 All'interno della equazione è necessario introdurre dei termini opportuni per tenere conto dei fenomeni termici che avvengono nel PBL

Consideriamo una colonna d'aria di superficie unitaria ($dS = 1$), di altezza z_i , e con una temperatura potenziale media $\bar{\theta}$

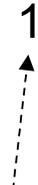


Perché la temperatura media vari di $d\theta$, è necessaria una quantità di calore Q_1 data dalla seguente espressione:

$$Q_1 = \rho \cdot C_p \cdot d\bar{\theta} \cdot z_i \quad (4)$$

$$dQ = \rho \cdot C_p \cdot d\theta \cdot w \cdot dt \cdot dS$$


 dz_i


1

L'apporto di calore Q_1 può derivare da due fonti distinte

Flusso di calore
sensibile al suolo

Flusso di calore che da EL entra
nella colonna d'aria dall'alto

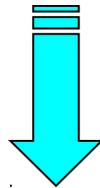
$$Q_2 = H_0 \cdot dt = \rho \cdot C_p \cdot \overline{w' \theta'_s} \cdot dt \quad (5)$$

$$Q_3 = -\rho \cdot C_p \cdot \overline{w' \theta'_{z_i}} \cdot dt \quad (6)$$

BILANCIO ENERGETICO  $Q_1 = Q_2 + Q_3$ (7)

Dalla relazione (7) si ottiene l'equazione che mette in relazione la variazione temporale della temperatura potenziale media del PBL con la sua estensione verticale ed i flussi di calore dal suolo e dal EL

$$\rho \cdot C_p \cdot d\bar{\theta} \cdot z_i = \rho \cdot C_p \cdot \overline{w'\theta'_s} \cdot dt + (-\rho \cdot C_p \cdot \overline{w'\theta'_{z_i}} \cdot dt) \quad (8)$$



$$d\bar{\theta} \cdot z_i = (\overline{w'\theta'_s} - \overline{w'\theta'_{z_i}}) \cdot dt \quad (9)$$



$$\frac{d\bar{\theta}}{dt} = \frac{1}{z_i} [\overline{w'\theta'_s} - \overline{w'\theta'_{z_i}}] \quad (10)$$





Sostituendo la (10) nella (3) otteniamo:

$$\frac{d\bar{\theta}}{dt} = \frac{1}{z_i} \left[\overline{w'\theta'_s} - \overline{w'\theta'_{z_i}} \right] \quad (10)$$

$$\frac{dz_i}{dt} = \frac{1}{\gamma} \frac{d\bar{\theta}}{dt} \quad (3)$$



$$\frac{dz_i}{dt} = \frac{1}{\gamma \cdot z_i} \left[\overline{w'\theta'_s} - \overline{w'\theta'_{z_i}} \right] \quad (11)$$

IPOTESI DI ENCROACHMENT

Il riscaldamento della colonna d'aria è dovuto esclusivamente al flusso di calore sensibile proveniente dal suolo

Si trascura il calore proveniente dalla regione di Entrainment

l'equazione (11) si semplifica

$$\frac{dz_i}{dt} = \frac{\overline{w'\theta'_s}}{\gamma \cdot z_i} \quad (12)$$

Supponiamo che il **flusso turbolento di calore sensibile** nell'intervallo (t_2-t_1) sia **costante** e pari a H , così che l'espressione (12) può essere integrata analiticamente

$$\frac{dz_i}{dt} = \frac{\overline{w'\theta'_s}}{\gamma \cdot z_i} \quad \text{-----} \rightarrow \quad z_i dz_i = \frac{\overline{w'\theta'_s}}{\gamma} dt \quad (13)$$

Integro l'espressione (13) considerando che gli estremi inferiore e superiore per l'integrale di destra sono t_1 e t_2 , mentre per l'integrale di sinistra sono le quote $z_i(t_1)=z_1$ e $z_i(t_2)=z_2$. In simboli:

$$\int z_i dz_i = \frac{\overline{w'\theta'_s}}{\gamma} \int_{t_1}^{t_2} dt \quad \text{(5)} \quad \text{-----} \rightarrow \quad \int z_i dz_i = \frac{H}{\rho \cdot C_p} \int_{t_1}^{t_2} dt \quad (14)$$

$$\int x dx = \frac{x^2}{2} + c$$

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$



Soluzione
$$z_i(t_2) = \sqrt{z_i^2(t_1) + \frac{2}{\gamma} \cdot \frac{H}{\rho \cdot C_p} \cdot (t_2 - t_1)}$$

- **Molto spesso non è possibile trascurare il flusso di calore dalla regione di Entrainment. Tuttavia, in prima approssimazione, è possibile mettere in relazione il flusso di calore dal suolo con il flusso di calore dal EL**

$$\frac{dz_i}{dt} = \frac{1}{\gamma \cdot z_i} \left[\overline{w'\theta'_s} - \overline{w'\theta'_{z_i}} \right]$$

$$\frac{\overline{-w'\theta'_{z_i}}}{\overline{w'\theta'_s}} = A_R \quad \text{con } A_R \text{ che vale circa } 0.2 \quad (15)$$

Sostituendo la (15) nella (11)

$$\frac{dz_i}{dt} = 1.2 \cdot \frac{\overline{w'\theta'_s}}{\gamma \cdot z_i} \quad (16)$$

Integrando l'espressione (16) nella medesima ipotesi

$$z_i(t_2) = \sqrt{z_i^2(t_1) + \frac{2.4}{\gamma} \cdot \frac{H}{\rho \cdot C_p} \cdot (t_2 - t_1)}$$

- ***Questo modello trascura completamente l'apporto meccanico della turbolenza che si riflette in una sottostima delle previsioni in tutte quelle situazioni in cui è percentualmente significativo o predominante (ad es. nelle prime ore della giornata)***
- ***L'altezza del PBL convettivo è inversamente proporzionale al gradiente di temperatura potenziale, il che è accettabile perché diminuisce drasticamente la possibilità di sconfinamento nella FA***

Cenni sul Modello Bulk

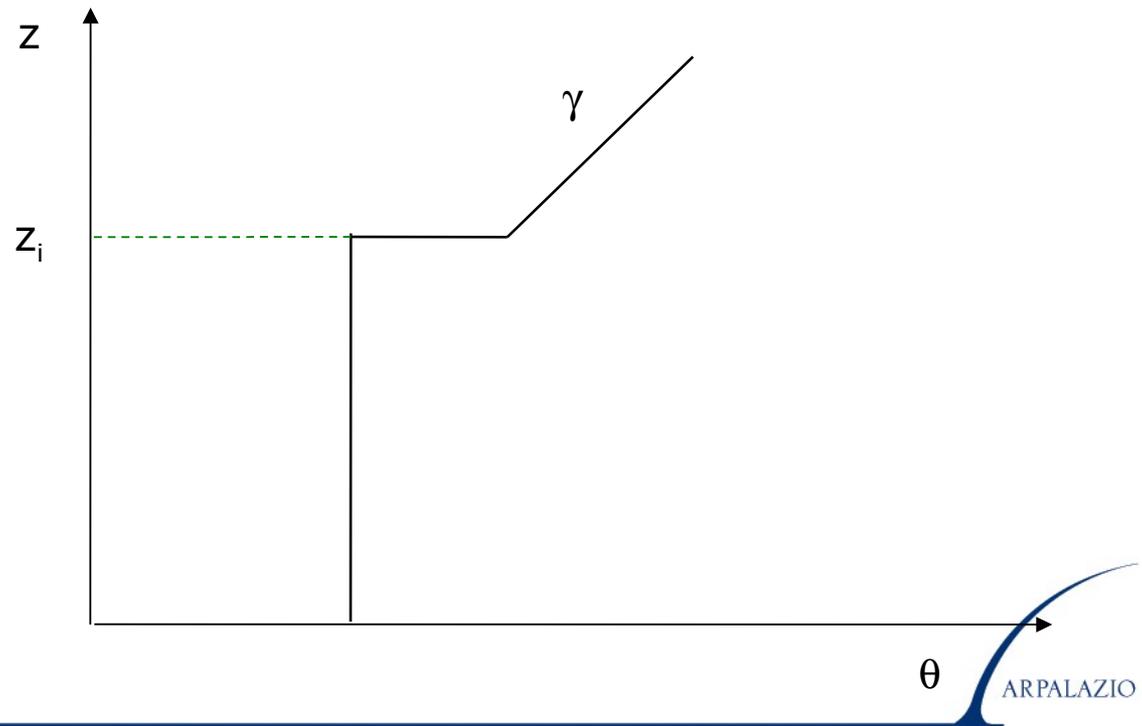
Nelle situazioni convettive, i profili verticali medi delle principali variabili meteorologiche (componenti del vento, temperatura potenziale, umidità specifica) hanno alcune caratteristiche tipiche

- **OMOGENEITA'**: *se il luogo di osservazione è piatto, poco rugoso e omogeneo in senso orizzontale, normalmente non si notano forti variazioni in senso orizzontale (omogeneità orizzontale);*
- **COSTANZA DELLE VARIABILI NEL PBL**: *tranne che entro il SL, che normalmente rappresenta una frazione molto piccola dell'intero PBL, tutte le variabili presentano un valore praticamente costante con la quota;*
- **ESISTENZA DI UN EL** *(anche se normalmente tale zona ha una estensione verticale limitata) in cui si ha una repentina variazione del valore delle principali variabili meteorologiche. Lo strato di entrainment rappresenta per i vari profili un evidente punto di discontinuità.*

Il Modello bulk si basa sulle seguenti ipotesi:

- entro tutto il PBL ogni singola variabile assume un valore costante e pari al suo valore medio verticale
- la zona di entrainment è considerata di spessore verticale infinitesimo
- in corrispondenza di tale zona la variabile meteorologica d'interesse presenta una discontinuità caratteristica

Questo modello è anche noto come **slab (lastra) model**

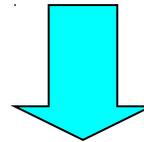


In base alle ipotesi precedenti e alla conservazione dell'energia cinetica turbolenta:

en.potenziale + en.cinetica = en.convettiva + en.meccanica

Entrainment

Mixed Layer



**Equazione di Gryning
- Batchvarova**

$$\left\{ \frac{z_i^2}{(1+2A)z_i - 2BkL} + \frac{Cu^2\bar{\theta}}{\gamma g [(1+A)z_i - BkL]} \right\} \cdot \left(\frac{dz_i}{dt} - w_h \right) = \frac{(\overline{w'\theta'})_s}{\gamma}$$

$A=0.2$, $B=2.5$, $C=8$, w_h moto verticale medio dovuto ai moti a grande scala dell'atmosfera

Equazione differenziale ordinaria che richiede la conoscenza dell'evoluzione temporale di u^* , del flusso cinematico al suolo $(\overline{w'\theta'})_s = \frac{H_0}{\rho \cdot C_p}$ e di γ

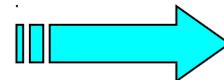
Nel caso $B=C=0$ (cioè se si trascura la turbolenza meccanica, cosa vera nelle situazioni di elevata convettività), l'equazione di G-B si riduce alla equazione ricavata con il metodo termodinamico.

PBL STABILE

- Il PBL stabile si sviluppa nelle ore notturne quando è in atto il raffreddamento della superficie terrestre
- si può formare anche per avvezione di aria calda su una superficie a temperatura inferiore

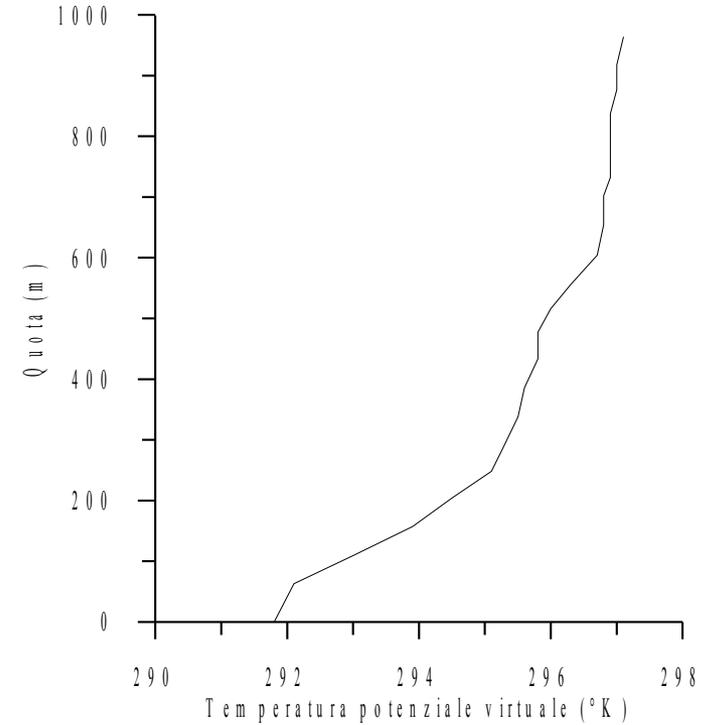
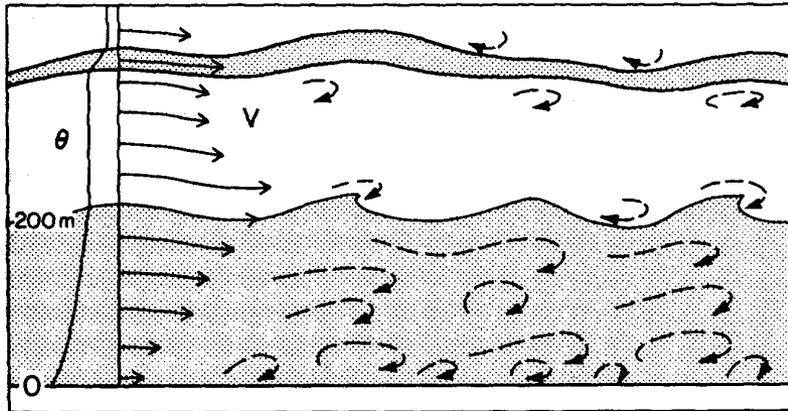
Caratteristiche principali del PBL stabile

- la turbolenza è di origine meccanica e molto meno intensa rispetto alla turbolenza caratteristica delle situazioni convettive
- i vortici presenti presentano dimensioni ridotte. Vortici dovuti al cosiddetto **wind shear**
- la turbolenza meccanica, che ha il suo massimo al suolo, decresce progressivamente con l'aumentare della quota fino a scomparire a qualche decina/centinaia di metri dal suolo, in funzione della velocità del vento e dell'orografia



Situazioni Stabile

Profilo di temperatura potenziale



Struttura dei vortici turbolenti

Per queste ragioni il PBL Stabile non presenta un elemento di discontinuità che lo separi nettamente dalla FA (come accade nel caso convettivo per EL)

L'estensione del PBL stabile viene definita usando diversi criteri

1. Criterio della turbolenza. Si definisce l'altezza h dello SBL come la quota in cui la turbolenza meccanica raggiunge il suo valore **minimo**
2. Criterio dell'inversione termica. Durante le ore notturne si ha un forte raffreddamento del suolo che genera un conseguente raffreddamento dell'aria sovrastante che aumenta progressivamente con il trascorrere delle ore notturne.



inversione termica

L'altezza h_i del PBL stabile corrisponde alla quota interessata dall'inversione termica

3. La quota h_R in cui è verificata la relazione seguente

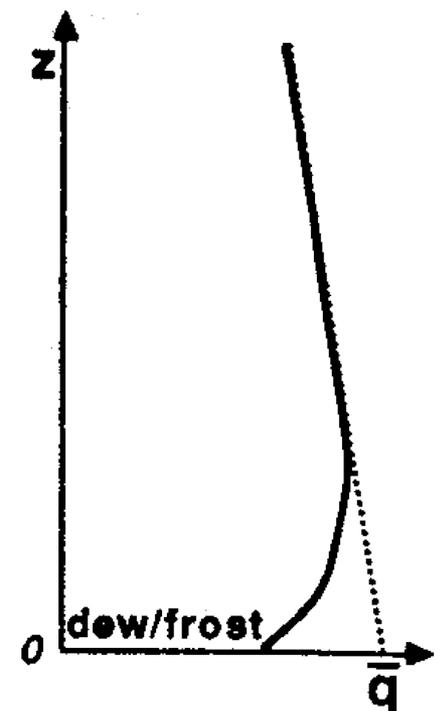
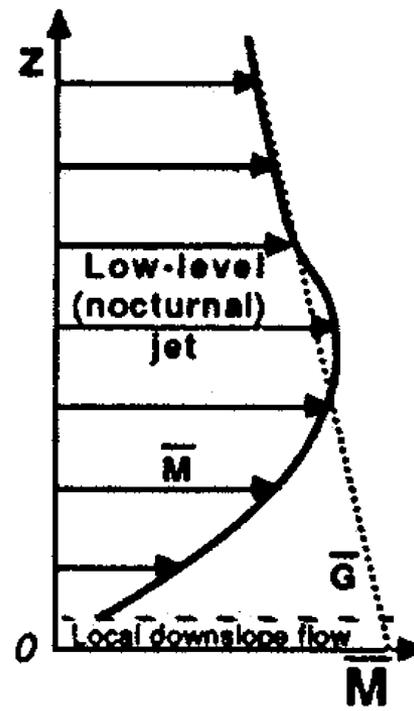
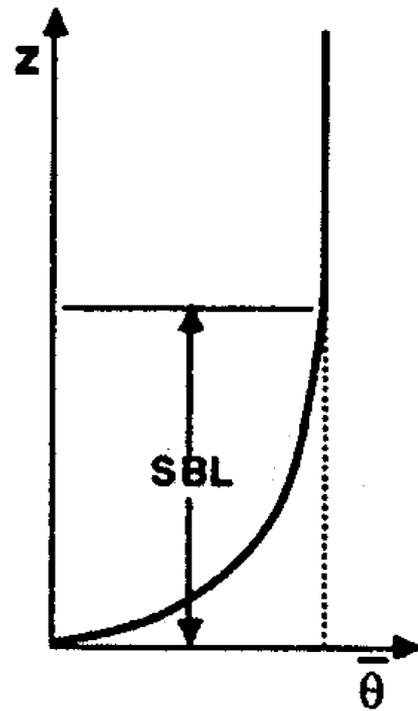
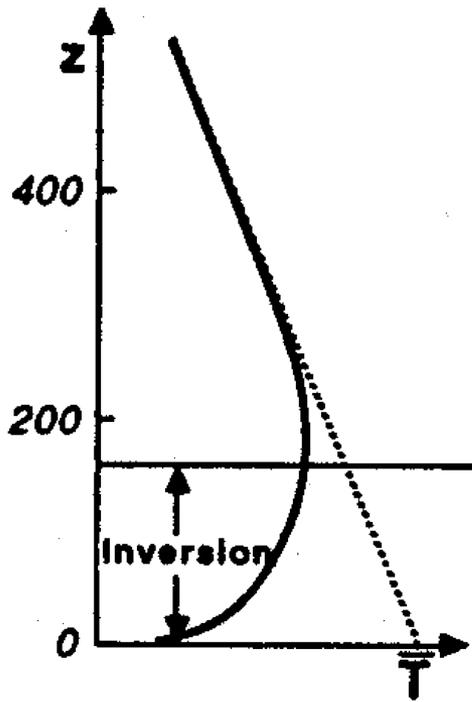
$$h_R = \frac{R_{i_B} \cdot U_h^2}{\frac{g}{T} (\theta_h - \theta_0)}$$

dove $U_h(h_R)$ e $\theta_h(h_R)$

Questa definizione è equivalente ad indicare la quota in cui il BRN raggiunge un valore critico R_c che spesso viene posto pari a 0.2 - 0.3

$$R_{i_B} = g \cdot z \frac{\theta - \theta_0}{\theta_0 U^2}$$

Bulk Richardson Number (BRN)



Nel caso della dispersione degli inquinanti in atmosfera, la definizione più utile per l'altezza dello SBL è quella per cui il valore della turbolenza è **minimo**

Per cui le altezze che mi interessano sono h e h_R

Un altro elemento da considerare è il raffreddamento della superficie terrestre che avviene in maniera radiativa.

Il tempo trascorso dalla fine dell'immissione di energia (tramonto) diviene importante

- **progressivo raffreddamento del suolo, progressivo aumento della quota interessata dall'inversione di temperatura h_i**
- **nelle prime ore della notte, in presenza di vento molto forte potrà succedere che $h > h_i$**
- **al contrario, nelle ultime ore della notte, soprattutto con venti deboli $h < h_i$**

La turbolenza nello SBL si propaga molto lentamente poiché manca la componente convettiva

Esistono alcune relazioni che permettono di determinare l'altezza h nelle situazioni in cui le condizioni meteorologiche rimangano costanti per lungo tempo (5-6 ore)

$$h = c \cdot u^{3/2} \quad \text{----->} \quad \text{Relazione sempiempirica}$$

dove $c = 2400 \cdot \frac{s^{3/2}}{m^{1/2}}$

Bibliografia Essenziale

R. Sozzi, T. Georgiadis, M. Valentini (2002): Introduzione alla turbolenza atmosferica (ed. Pitagora)

Approfondimenti:

R.B. Stull (1988): An Introduction to Boundary Layer Meteorology (ed. Kluwer)

Blackadar (1997): Turbulence and Diffusion in the Atmosphere-Lectures in Environmental Sciences (ed. Springer)

J.R. Garratt (1992): The atmospheric boundary layer (Cambridge University Press)

Z. Sorbjan (1989): Structure of the atmospheric boundary layer (Prentice Hall)

H. Panofsky, J. Dutton: Atmospheric turbulence (L. Waley&Sons)